

外乱力入力時の制御型磁気軸受の応答解析

The Response Simulation of the Active Magnetic Bearings with Disturbance Force Injection

亀野浩徳 H. KAMENO 高畑良一 R. TAKAHATA

When a disturbance force due to an earthquake, etc., acts on a spindle with active magnetic bearings (AMBs), a stable levitation of a rotor suspended by AMBs should be kept. In order to calculate the response simulation when a disturbance force acts on an AMB spindle, a simulation model and simulation program have been developed.

In this paper, the simulation accuracy of the simulation program is verified. And the result of the response simulation is analyzed in case of a disturbance force caused by an earthquake acts on the flywheel energy storage system with AMB spindle. Furthermore, application applying of this simulation program to a bearing spindle analysis is considered.

Key Words: active magnetic bearing, response simulation, flywheel energy storage system, ComFESS, rotor dynamics

1. はじめに

制御型磁気軸受 (AMB : Active Magnetic Bearings) スピンドルに対して何らかの外乱力が作用した場合 (例えば, 地震発生時や車両搭載時など), AMB は回転体の安定支持を維持しなければならない. そのため, 外乱力入力時の AMB の安定性を予め評価しておく, AMB スピンドルの設計に反映させることは重要な課題である.

そこで, 回転体・AMB・ハウジングを個別に伝達関数 (あるいは状態空間表現) で定義し, それぞれの入出力関係をフィードバック接続で定義した解析モデルを考案し, 解析プログラムを作成した.

本報では, 解析プログラムの解析精度を検証した後, AMB スピンドルを搭載したフライホイールエネルギー貯蔵装置 (FESS : Flywheel Energy Storage System) の地震発生時の安定性について解析した. さらに, この解析プログラムの転がり軸受スピンドルへの適用可能性について検討したので, それらの結果も報告する.

2. 解析モデルと状態空間表現

2.1 解析モデルとブロック線図

考案した解析モデルとブロック線図を図 1 および

図 2 に示す. なお, 解析対象はラジアル AMB (RaAMB) とする.

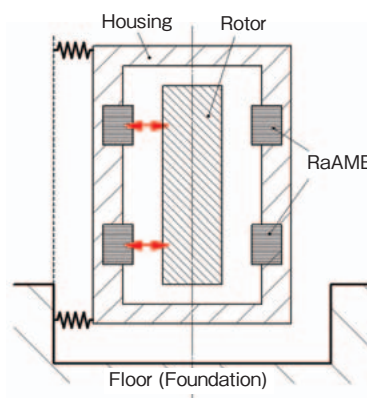


図 1 解析モデル
Simulation model

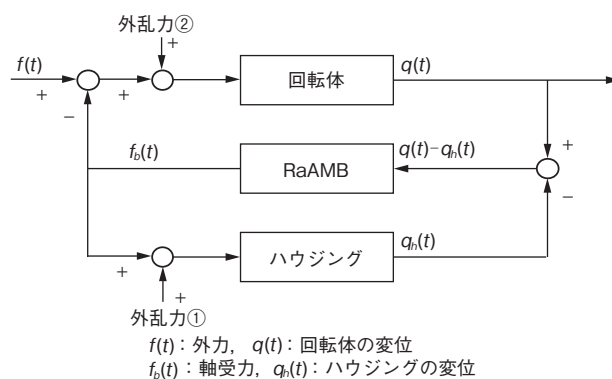


図 2 ブロック線図
Block diagram

両図において、回転体はハウジングに固定された RaAMB によって非接触支持され、ハウジングは一定の剛性で床（基礎）に締結されると仮定した。また、RaAMB の出力 “ $f_b(t)$ ” は回転体に作用すると同時に、その反力がハウジングにも作用する。その結果、回転体とハウジングはそれぞれ変位し、ハウジング位置を基準とした回転体の変位 “ $q(t)-q_h(t)$ ” が再び RaAMB に入力される。

2.2 状態空間表現

まず、図2の回転体の伝達関数（あるいは状態空間表現）について検討する。

RaAMB により支持された回転体の運動方程式を式(1)に示す^{1) 2)}。

$$M \cdot \ddot{q}(t) + (D_a + \Omega \cdot G) \dot{q}(t) + K \cdot q(t) = f(t) - f_b(t) \dots (1)$$

M : 質量行列, D_a : ダンピング行列
 G : ジャイロ行列, K : 剛性行列, Ω : 回転速度

なお、回転体は FEM でモデル化し、各要素の座標を図3のように定義する。このとき、FEM 要素 i における x - z 平面の変位 $u_i(t)$ を式(2)、 y - z 平面の変位 $v_i(t)$ を式(3)にそれぞれ示す。

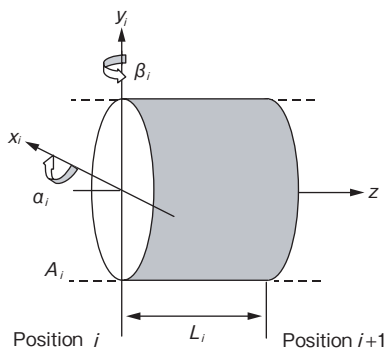


図3 FEM要素の座標系
 Coordinate of each FEM element

$$u_i(t) = [x_i(t) \ \beta_i(t) \ x_{i+1}(t) \ \beta_{i+1}(t)]^T \dots (2)$$

$$v_i(t) = [y_i(t) \ \alpha_i(t) \ y_{i+1}(t) \ \alpha_{i+1}(t)]^T \dots (3)$$

ここで、式(1)を x 方向および y 方向の運動方程式として表現し直し、式(4)および式(5)に示す。

$$M \cdot \ddot{u}(t) + \{D_a \cdot \dot{u}(t) + \Omega \cdot G \cdot \dot{v}(t)\} + K \cdot u(t) = f_x(t) - f_{bx}(t) \dots (4)$$

$$M \cdot \ddot{v}(t) + \{-\Omega \cdot G \cdot \dot{u}(t) + D_a \cdot \dot{v}(t)\} + K \cdot v(t) = f_y(t) - f_{by}(t) \dots (5)$$

次に、状態変数を式(6)で定義し、式(4)(5)を状態空間表現化すると、式(7)(8)が導出される。なお、入力 F は式(9)で示される。ここで、 Y/F が図2における回転体の伝達関数に相当する。

$$X(t) = \begin{bmatrix} u(t) \\ \dot{u}(t) \\ v(t) \\ \dot{v}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ \beta_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_{N+1}(t) \\ \dot{\beta}_{N+1}(t) \\ y_1(t) \\ \alpha_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ \dot{y}_{N+1}(t) \\ \dot{\alpha}_{N+1}(t) \end{bmatrix} \dots (6)$$

$$\begin{bmatrix} M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M \end{bmatrix} \dot{X}(t) = \begin{bmatrix} 0 & M & 0 & 0 \\ -K & -D_a & 0 & -\Omega \cdot G \\ 0 & 0 & 0 & M \\ 0 & \Omega \cdot G & -K & -D_a \end{bmatrix} X(t) + B \cdot F \dots (7)$$

$$Y = C \cdot X(t) = \begin{bmatrix} X_{up} \\ X_{low} \\ \dot{X}_{up} \\ \dot{X}_{low} \\ Y_{up} \\ Y_{low} \\ \dot{Y}_{up} \\ \dot{Y}_{low} \end{bmatrix} \dots (8)$$

$$F = \begin{bmatrix} f_{xup}(t) - f_{bxup}(t) \\ f_{xlow}(t) - f_{bxlow}(t) \\ f_{yup}(t) - f_{byup}(t) \\ f_{ylow}(t) - f_{bylow}(t) \end{bmatrix} \dots (9)$$

同様に、図2におけるハウジングの伝達関数は、式(10)(11)(12)(13)の Y_h/F_h により導出される。

$$X_h(t) = \begin{bmatrix} u_h(t) \\ \dot{u}_h(t) \\ v_h(t) \\ \dot{v}_h(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{h1}(t) \\ \beta_{h1}(t) \\ x_{h2}(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_{h(N+1)}(t) \\ \dot{\beta}_{h(N+1)}(t) \\ y_{h1}(t) \\ \alpha_{h1}(t) \\ y_{h2}(t) \\ \vdots \\ \dot{y}_{h(N+1)}(t) \\ \dot{\alpha}_{h(N+1)}(t) \end{bmatrix} \dots\dots\dots(10)$$

$$\begin{bmatrix} M_h & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_h & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_h & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_h \end{bmatrix} \dot{X}_h(t) = \begin{bmatrix} 0 & M_h & 0 & 0 \\ -K_h & -D_{ah} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_h \\ 0 & 0 & -K_h & -D_{ah} \end{bmatrix} X_h(t) + B_h \cdot F_h \dots\dots\dots(11)$$

$$Y_h = C_h \cdot X_h(t) = \begin{bmatrix} X_{hup} \\ X_{hlow} \\ \dot{X}_{hup} \\ \dot{X}_{hlow} \\ y_{hup} \\ y_{hlow} \\ \dot{y}_{hup} \\ \dot{y}_{hlow} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(12)$$

$$F_h = F_b = \begin{bmatrix} f_{bxup}(t) \\ f_{bxlow}(t) \\ f_{byup}(t) \\ f_{bylow}(t) \end{bmatrix} \dots\dots\dots(13)$$

M_h : 質量行列, D_{ah} : ダンピング行列
 G_h : ジャイロ行列, K_h : 剛性行列
 一方、図2の RaAMB は図4に示すように変位センサ・電磁石・アンプ・制御系・AD および DA 変換定数などで構成されるので、各構成要素を個々に伝達関数で定義し、直列接続することにより RaAMB の伝達関数を導出する。

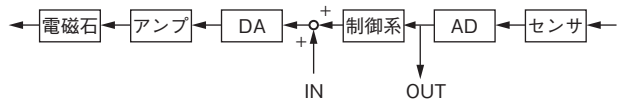


図4 RaAMBの詳細
 Detail of RaAMB shown in block diagram of figure 2

3. 応答解析結果の検証

図2のブロック線図を Matlab/SIMULINK を用いて解析プログラム化し、その解析精度を実験結果との比較により検証した。

3.1 インパルス外乱力入力時の応答解析

インパルス外乱力入力時の応答解析を実施し、解析精度を検証した。図5は本検証の対象としたAMBスピンドルであり、主な仕様を表1に示す。

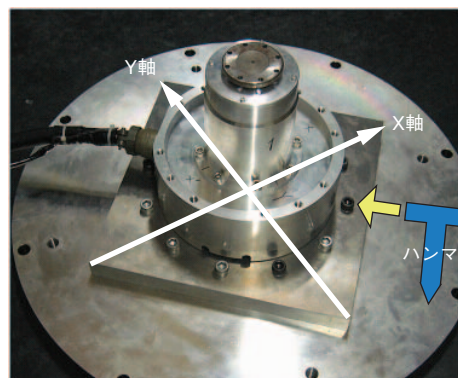


図5 AMBスピンドル(Type I)
 AMB spindle (Type I)

表1 AMB スピンドル (Type I) の主仕様
 Specification of AMB spindle (Type I)

回転体	主寸法	φ43.54 (RaAMB 部) × 214mm
	質量	2.44kg
上部 RaAMB	内径	φ44mm
	電磁石係数	4.94N · mm ² /A ²
下部 RaAMB	内径	φ44mm
	電磁石係数	1.53N · mm ² /A ²
タッチダウン軸受		0.1mm (半径)
	エアギャップ	0.15mm (軸方向片側)

実験はハウジング下端部の X 軸と Y 軸の中間方向にハンマで打撃することにより行い、打撃時の外乱力はハンマに付属の加速度計により計測した。一方、主軸の変位応答は RaAMB の変位センサにより計測した。解析は図2の“外乱力①”に上記実験で計測した外乱力を入力することにより実施した。なお、図2の回転体・

RaAMB・ハウジングの各伝達関数は、AMBスピンドルの擬似閉ループ伝達関数解析により予め同定しており、その同定精度は図6に示すレベルである。なお本報では、図4のINからOUTまでの伝達関数を擬似閉ループ伝達関数と定義する。

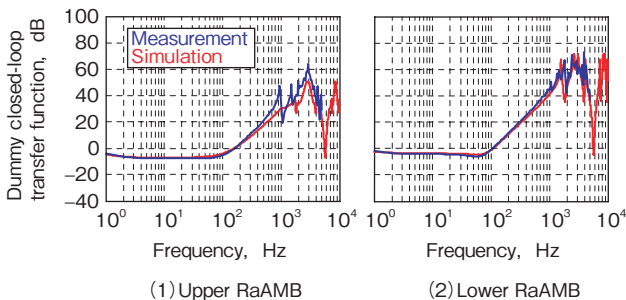


図6 擬似閉ループ伝達関数 (Type I)
Dummy closed-loop transfer function (Type I)

図7にインパルス外乱力入力時の応答解析結果を示す。同図より、回転体は打撃後に約60Hzで振動するが、この振動は徐々に減衰し、0.1秒経過後にはほとんど収束することがわかる。ここで、同図に表示してある実験結果と比較すると、本応答解析の精度は良好と判断できる。

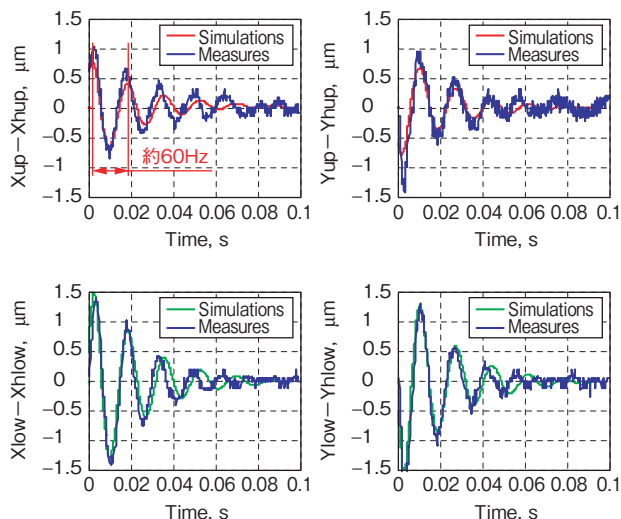


図7 インパルス外乱力入力時応答解析
(ハウジングへの入力)

Impulse response simulation (Input to the housing)

ところで、回転体の上端部をハンマで打撃した場合についても応答解析を実施した(計測した外乱力を図2の“外乱力②”に入力)。その結果を図8に示す。この場合、RaAMBのダンピング効果により、回転体は1~2回の振動を繰り返しただけで収束することがわかる。ここで、同図に表示してある実験結果と比較すると、本応答

解析の精度についても良好と判断できる。

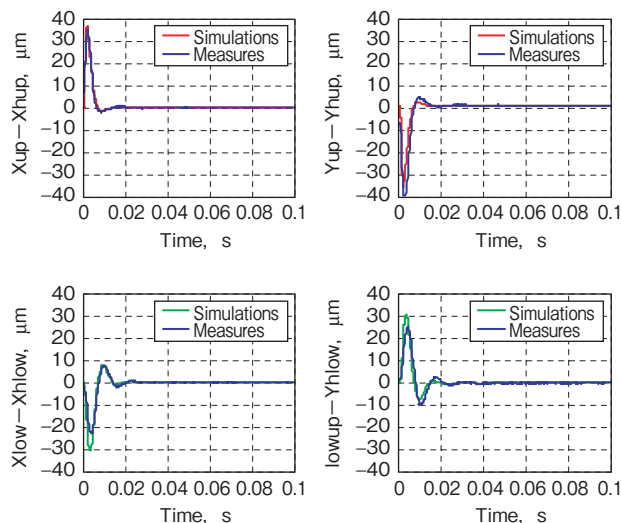


図8 インパルス外乱力入力時応答解析
(回転体への入力)

Impulse response simulation (input to the rotor)

3.2 定常回転時の回転体振れ回り量解析

本解析プログラムでは、回転体の残留アンバランス量と回転速度から算出したアンバランス力を図2の“外乱力②”に対して入力することにより、回転体のフリーラン時の振れ回り量を解析できる。そこで次に、図9および表2のAMBスピンドルを対象として、定常回転時の回転体振れ回り量解析を実施し、解析精度を検証した。

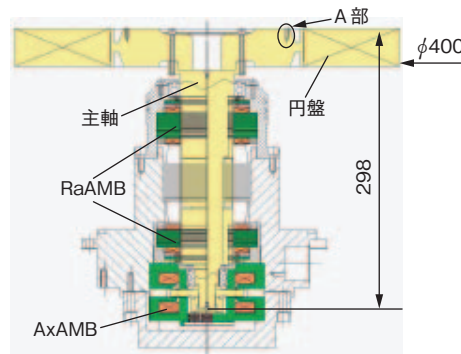


図9 AMBスピンドル (Type II)
AMB spindle (Type II)

図10に54.9s⁻¹でフリーラン時の振れ回り量解析の結果を示す。なお本解析では、解析の収束性を高めるために、0.05秒以後に全アンバランス力が入力されるようにプログラム化してある。ここで、同図の0.05秒以後の解析結果と実験結果の比較より、両者がよく一致することを確認できた。

表2 AMBスピンドル (Type II) の主仕様
Specifications of AMB Spindle (Type II)

回転体	主寸法	φ400 (円盤部) × φ54.1 (RaAMB 部) × 298mm
	質量	13.5kg
	残留アンバランス量	1.16g : 円盤の φ166 位置での 一面修正値(図9のA部)
上部 RaAMB	内径	φ54.5mm
	電磁石係数	3.25N · mm ² /A ²
下部 RaAMB	内径	φ54.6mm
	電磁石係数	2.50N · mm ² /A ²
タッチダウン軸受		0.1mm (半径)
	エアギャップ	0.15mm (軸方向片側)

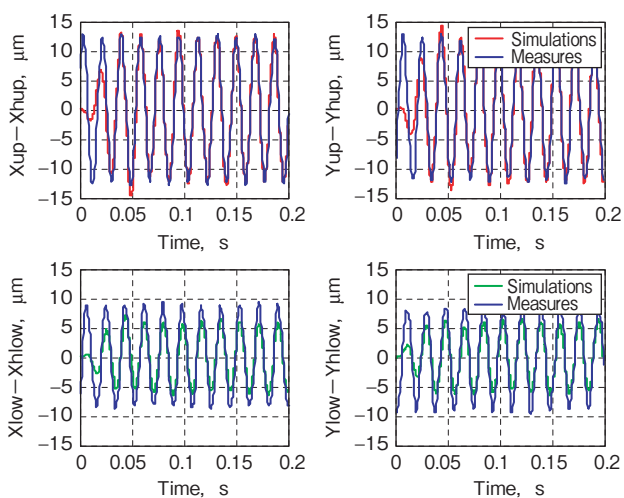


図10 回転体振れ回り量解析
(@54.9s⁻¹, フリーラン時)

Orbit simulation (@54.9s⁻¹, without motor-drive)

さらに、各回転速度での振れ回り量解析の結果と実験結果との比較を図11に示すが、数μmの誤差はあるものの、解析精度の良好なことを確認できた。

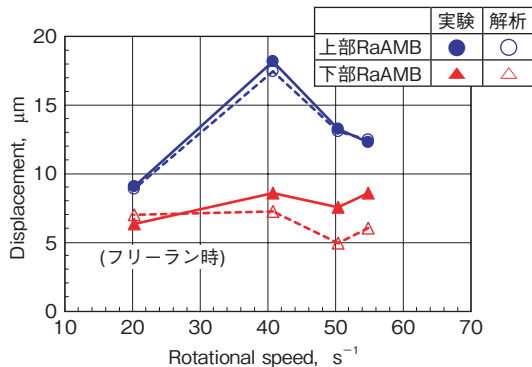


図11 振れ回り量-回転速度線図
Orbit vs. rotational speed

以上の結果より、考案した解析モデルの精度が良好なことを確認できた。

4. 地震時応答解析

前記のように、本解析プログラムでは、インパルス外乱力入力時の応答と定常回転時の回転体振れ回り量を精度よく解析できることがわかった。

そこで、AMBスピンドルの浮上・回転中に地震が発生した場合の浮上性能について、本解析プログラムによる評価を実施した。なお、評価対象とするAMBスピンドルは1kWh級小型フライホイールエネルギー貯蔵装置^{3) 4)}(ComFESS: Compact Flywheel Energy Storage System)とし、その概略図と主仕様を図12および表3に示す。

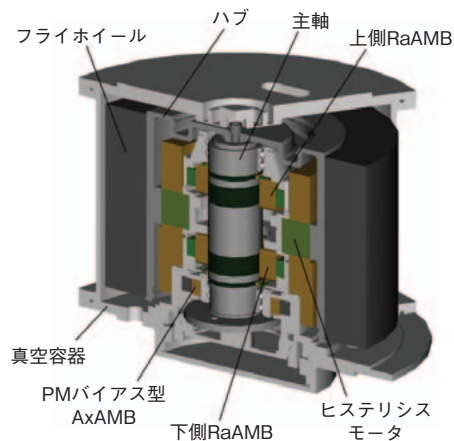


図12 ComFESS
ComFESS

表3 ComFESSの主仕様
Specifications of ComFESS

主仕様	定格回転速度	350s ⁻¹ (= 21 000min ⁻¹)
	エネルギー貯蔵容量	900Wh (= 300W × 3時間連続)
	真空度	約 10Pa
回転体	主寸法	フライホイール: φ440 × 260 主軸: φ74.5 (RaAMB 部) × 258
	質量	75kg
	残留アンバランス量	上側: 0.49g (φ200 位置) 下側: 0.23g (φ280 位置) の二面修正
RaAMB	制御方式	バイアス電流型線形制御
	内径	φ75.3mm
	電磁石係数	2.65N · mm ² /A ² (上下同じ)
AxAMB	制御方式	PM バイアス型非線形制御
タッチダウン軸受		0.05mm (半径)
	エアギャップ	0.15mm (軸方向片側)

まず、回転体・RaAMB・ハウジングの各伝達関数を $0s^{-1}$ 時の疑似閉ループ伝達関数解析により同定した。その結果を図13に示す。同図より、400Hz以上の周波数域において解析結果と実験結果の整合性の低いことがわかる。これは、回転体形状およびハウジング形状の複雑さのために、回転体およびハウジングのモデル化精度が十分でないことに起因する。しかし、ComFESSの定格回転速度は $350s^{-1}$ であるので、これらの回転体およびハウジングモデルを用いて、以下の解析を進めることにする。

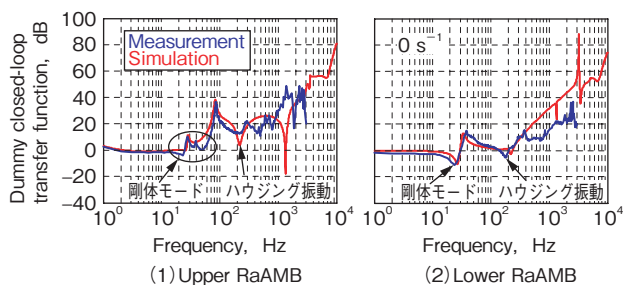


図13 疑似閉ループ伝達関数 ($0s^{-1}$)
Dummy closed-loop transfer function ($0s^{-1}$)

次に、図2の“外乱力①”に地震外乱力を入力した場合の応答解析を実施した。なお、地震外乱力としてはインペリアルバレー地震（1940年、米国、M7.1）のエルセントロ加速度波（図14）とハウジング質量（136.9kg）の積を入力した。

図15に $350s^{-1}$ 時の地震時応答解析の結果を示す。この解析結果より、約2秒経過後に約2Hzの振動が増大し始め、回転体がタッチダウン軸受上に落下する恐れのあることがわかる。ここで、 $350s^{-1}$ 時の疑似閉ループ伝達関数の解析結果を図16に示すが、同図より、剛体モード（後回り）固有振動数が約2Hzまで低下していることがわかる。これが図15の2Hz振動の原因と考えられる。

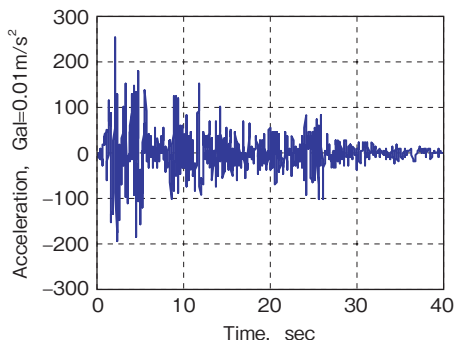


図14 エルセントロ加速度波
Acceleration signal recorded at el centro

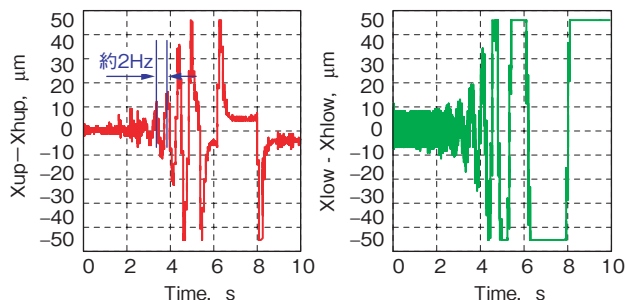


図15 地震時応答解析① ($350s^{-1}$)
Response simulation of earthquake① ($350s^{-1}$)

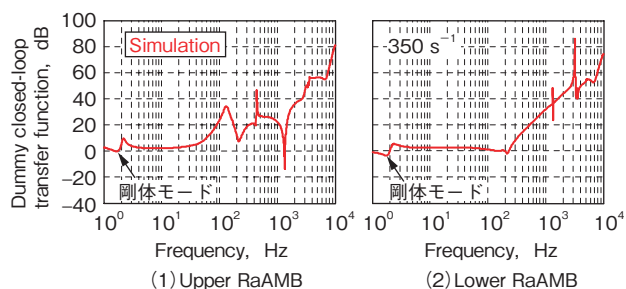


図16 疑似閉ループ伝達関数 ($350s^{-1}$)
Dummy closed-loop transfer function ($350s^{-1}$)

そこで、2Hz付近のダンピング効果を増大するようにRaAMBの制御定数を修正し、改めて地震時応答解析を実施した。その結果を図17に示す。同図より、 $350s^{-1}$ 時に地震が発生しても、制御定数の修正により、回転体の安定浮上を維持できることがわかった。

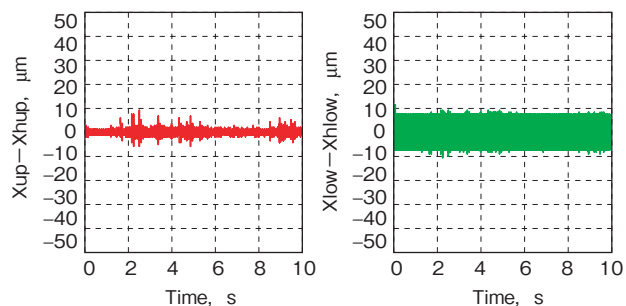


図17 地震時応答解析② ($350s^{-1}$)
Response simulation of earthquake② ($350s^{-1}$)

5. 転がり軸受スピンドルへの適用

転がり軸受スピンドルの場合、危険速度(共振周波数)を通過時に転がり軸受に作用する荷重が極大化するため、これに起因して、軸受寿命を劣化させる恐れがある。そのため、設計段階において、危険速度や回転体振れ回り量などを解析し、転がり軸受スピンドルの最適設計(軸受レイアウトなど)に反映させることができれば、強力な設計ツールとなり得る。そのため、弊社内には転がり軸受スピンドル専用の解析手法が構築されている。しかし今回、プログラム操作の簡便性やハウジング剛性の考慮可能などのメリットを持つAMBスピンドル専用の本解析プログラムについて、転がり軸受スピンドルへの適用可能性についても検討した。

本解析プログラムを転がり軸受スピンドルへ適用するためには、図2のRaAMBを転がり軸受に置き換えればよい。そこで、下記の方法で転がり軸受の伝達関数(あるいは状態空間表現)を導出した。

まず、転がり軸受の運動方程式を式(14)に示す。ただし、転がり軸受はばね定数とダンピング係数(両者とも一定値)でモデル化した。そして、転がり軸受への入力“ $Y - Y_h$ ”(変位と速度)と出力“ F_b ”(軸受力)の関係から式(15)(16)の状態空間表現を導出した。

$$\begin{cases} f_{bxup}(t) = k_{up} \cdot (x_{up} - x_{hup}) + c_{up} \cdot (\dot{x}_{up} - \dot{x}_{hup}) \\ f_{bxlow}(t) = k_{low} \cdot (x_{low} - x_{hlow}) + c_{low} \cdot (\dot{x}_{low} - \dot{x}_{hlow}) \\ f_{byup}(t) = k_{up} \cdot (y_{up} - y_{hup}) + c_{up} \cdot (\dot{y}_{up} - \dot{y}_{hup}) \\ f_{bylow}(t) = k_{low} \cdot (y_{low} - y_{hlow}) + c_{low} \cdot (\dot{y}_{low} - \dot{y}_{hlow}) \end{cases} \dots\dots(14)$$

$$[\dot{X}(t) - \dot{X}_h(t)] = A_b \cdot [X(t) - X_h(t)] + B_b \cdot [Y - Y_h] \dots\dots(15)$$

$$F_b = C_b \cdot [X(t) - X_h(t)] + \begin{bmatrix} k_{up} & 0 & c_{up} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{low} & 0 & c_{low} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{up} & 0 & c_{up} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{low} & 0 & c_{low} \end{bmatrix} \cdot [Y - Y_h] \dots\dots(16)$$

$$A_b = B_b = C_b = [0] \dots\dots(17)$$

k_{up}, k_{low} : 上側および下側転がり軸受のばね定数
 c_{up}, c_{low} : 上側および下側転がり軸受のダンピング係数

ここで、式(15)(16)を導入した転がり軸受用の解析プログラムを作成し、転がり軸受スピンドルの定常回転時の回転体振れ回り量解析を実施した。代表的な解析結果を図18に示す。この解析結果より、解析対象の転がり軸受スピンドルには $5\,000\text{min}^{-1}$ 付近に危険速度の存在することがわかった。なお、現時点ではこの解析プログラムは未検証であるが、将来的には検証を実施し、転がり軸受スピンドルの最適設計への活用を期待している。

ところで、図18の解析において、転がり軸受のばね定数とダンピング係数は一定値としてモデル化した。しかし実際の転がり軸受では、これら定数は回転速度・温度・接触角などによって大きく変化する。そのため、本解析プログラムの解析精度向上のためには、これら定数の変化の考慮が必要であり、現在、解析プログラムの改良を計画中である。

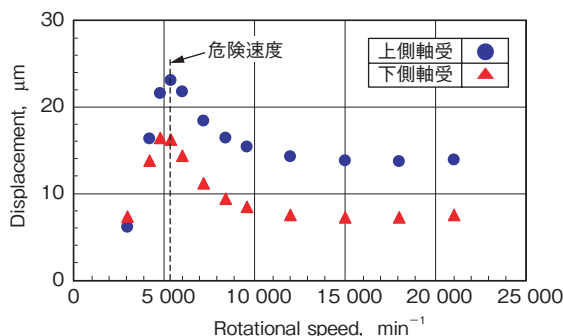


図18 転がり軸受スピンドルの振れ回り量解析
Orbit simulation of the bearing spindle

6. おわりに

以上の結果を以下にまとめる。

- (1) 回転体・制御型磁気軸受およびハウジングを個別に伝達関数あるいは状態空間表現で定義し、それぞれの入出力関係をフィードバック接続で定義した解析モデルを考案した。そして、この解析モデルを用いた解析プログラムを Matlab/SIMULINK により作成した。
- (2) この解析プログラムにより、インパルス外乱力入力時の応答解析および定常回転時の回転体振れ回り量解析を実施し、実験結果との比較により本解析プログラムの検証を実施した。その結果、考案した解析モデルの精度が良好であることを確認できた。
- (3) AMBスピンドルを小型フライホイールエネルギー貯蔵装置に適用した場合に、定格回転速度での回転中に地震が発生した場合の応答解析を実施した。その結果、地震発生時でも回転体の安定浮上を維持できる見込み

が得られた。

- (4)上記解析プログラムの転がり軸受スピンドルへの適用可能性について検討した。ただし今回は、転がり軸受は一定値のばね定数とダンピング係数でモデル化したので、今後はこれら定数の回転速度・温度・接触角などの依存性を考慮可能な解析プログラムの開発が必要である。

参考文献

- 1) 川井忠彦：マトリックス法振動および応答，倍風館，(1971)。
- 2) R. GASCH, 三輪修三（訳）：回転体の力学，森北出版，(1978)。
- 3) H. KAMENO et al.: Basic Design of 1kWh class Flywheel Energy Storage system, Proceedings of 8th International Symposium on Magnetic Bearings ISMB-8(2002)575.
- 4) A. KUBO et al.: Dynamic Analysis and Levitation Test in 1kWh Class Flywheel Energy Storage System, Proceedings of 8th International Symposium on Magnetic Suspension Technology ISMST-7(2003) 144.
- 5) 亀野浩徳，高畑良一，久保 厚：外乱力入力時の制御型磁気軸受の応答解析，日本機械学会 [no. 05-15] Dynamics and Design Conference 2005 CD-ROM 論文集(2005. 8. 22-25, 新潟)。

筆 者



亀野浩徳*

H. KAMENO



高畑良一**

R. TAKAHATA

* 研究開発センター 機械システム研究部

** 研究開発センター 機械システム研究部
工学博士