

パラレルメカニズム型工作機械の機構の最適化による剛性向上*

Stiffness Improvement by Kinematic Parameter Optimization
for Parallel Mechanism-Based Machine Tools

松井貴史 T. MATSUI 太田浩充 H. OHTA

This paper presents the kinematic parameter optimization for stiffness improvement of parallel mechanism-based machine tools. The relationship between the stiffness of the spindle end and pose variation is analyzed using the force balancing model of the parallel mechanism. Then, both the relation between stiffness and machine vibration and the relation between stiffness and kinematic parameters are examined. By the design using the virtual machine simulator, kinematic parameter optimization is performed without link coregion problems. It provides not only high stiffness, but also reduction of machine vibration and machined surface undulation. This kinematic parameter optimization is applied to the parallel mechanism-based milling machine HexaM[®], and the validity is verified by simulations and experiments.

Key Words: parallel mechanism, force balancing model, kinematic parameter optimization, elastic deformation, stiffness variation, virtual machine simulator

1. はじめに

パラレルメカニズムとは出力となるリンクが複数のリンクにより並列に駆動される機構のことであり、一般に以下のような特長をもつ。

- (1)移動体の質量を軽量化できるため、高速・高加速度の動作が可能
- (2)各リンクに生じる誤差が累積せず平均化されるため、高精度
- (3)複数のリンクで移動体を並列に保持して負荷を分散するため、高剛性構造の構築が可能

近年、これらの特長を生かしてさまざまな分野にパラレルメカニズムが応用されるようになっており、工作機械においても当社の HexaM[®] を含め、国内外で数多くの開発事例が報告されている¹⁾。これは、パラレルメカニズム型工作機械が、高速・高加速度であると同時に多軸化に容易に対応可能であり、高能率加工を実現する一手段として有効なためである。しかしながら、従来の直交型の工作機械に比べ、型加工などの高精度な加工現場への普及はあまり進んでいないのが現状である。その要因の一つとして、位置、姿勢による剛性変動が大きいことが挙げられる。これは、位置、姿勢によって各リンク

にかかる負荷の割合が変化し、一定の外力に対しても弾性変形量が変化することによる。これまでの研究では、主な外力となる重力の影響を軽減するために重力補償を行ってきたが²⁾、慣性力や加工反力に対しては重力補償が困難であった。また、剛性の低下による機械の振動や、加工面のうねりという二次的な問題をも引き起こしていた。これらの問題を解決するためには、位置、姿勢による剛性の変動を最小化する機構の最適化が必要である。

本報では、HexaM[®] を例に力の釣合いモデルを用いて剛性変化のメカニズムを解析する。同時に、機械剛性と振動との関連を実験的に検証する。そして、自身のリンク同士の干渉を回避しつつ、剛性変動を最小化する機構の最適化設計を行い、実際に機構を変更して、シミュレーションおよび実験によりその効果を検証する。

2. パラレルメカニズム型加工機HexaM[®]の概要

HexaM[®] の機構は、6 自由度パラレルメカニズムの一形態、傾斜直動型パラレルメカニズムである³⁾。図 1 にその概観図を示す。固定部をもとに一定の角度で取り付けられたアクチュエータ軸上をスライダがボールねじ駆動により直線運動する。このスライダと可動部となる

* JTEKT Engineering Journal No. 1003 より転載。

トラベリングプレートに6本のロッドで接続している。ロッドの両端には、2自由度、3自由度のジョイントを配置し、各スライダを独立に制御することにより、6自由度の動作を可能にしている。パラレルメカニズムでは、目標の工具先端座標 $\mathbf{X}$ (X, Y, Z, A, B, C) から逆運動学を解き、アクチュエータ座標 $\mathbf{U}$ ($U_1, U_2, U_3, U_4, U_5, U_6$) を求め、モータに移動指令を与える。一方、アクチュエータ座標から工具先端座標を求める順運動学は数値的な収束計算により求められる。

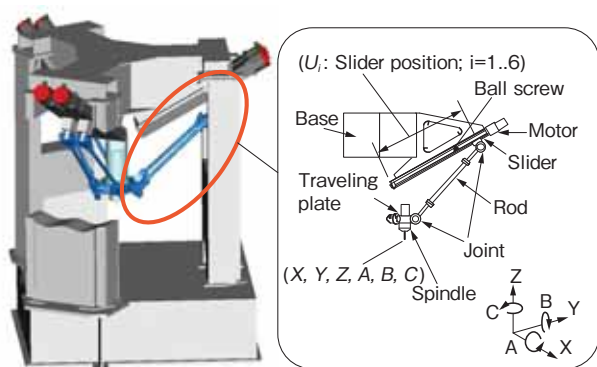


図1 パラレルメカニズム型加工機HexaM[®]の概要
Schematic view of parallel mechanism-based milling machine HexaM[®]

3. 剛性変化のメカニズム

3.1 力の釣合いモデルによる各軸にかかる力の解析

各軸にかかる力が位置、姿勢によってどのように変化するかを解析するために、図2に示すような静的な力の釣合いモデル²⁾を考える。ここでは、重力およびトラベリングプレートの重心にかかる外力とモータが発生するボールねじ軸方向の力が釣合うものとする。ロッドの質量を m_R 、トラベリングプレートの質量を m_T とすると、ロッドの重心が全長 l を l_1 対 l_2 に分ける位置にある場合、ロッドの両端には等価的に $l_2/l \cdot m_R$ 、 $l_1/l \cdot m_R$ による重力が作用すると考えることができる。したがって、トラベリングプレートの重心まわりの力とモーメントの釣合いより、

$$\sum_{i=1}^6 f_{Ri} \mathbf{a}_{Ri} = \mathbf{F} - \left(m_T + 6 \frac{l_2}{l} m_R \right) \mathbf{g} \quad (1)$$

$$\mathbf{F} = [f_x \quad f_y \quad f_z]^T$$

$$\sum_{i=1}^6 f_{Ri} \mathbf{a}_{Ri} \times \mathbf{b}_i = - \frac{l_2}{l} m_R \sum_{i=1}^6 \mathbf{b}_i \times \mathbf{g} \quad (2)$$

が成り立つ。 f_{Ri} は、ロッド軸方向の力を表すスカラー量、 $\mathbf{a}_{Ri}$ は、ロッド軸方向単位ベクトル、 $\mathbf{b}_i$ は、工具先端からトラベリングプレート上の各ジョイント中心までのベクトルである。ここで、

$$\mathbf{f}_R = [f_{R1} \quad f_{R2} \quad f_{R3} \quad f_{R4} \quad f_{R5} \quad f_{R6}]^T \quad (3)$$

$$\mathbf{Q}_F = [\mathbf{a}_{R1} \quad \mathbf{a}_{R2} \quad \mathbf{a}_{R3} \quad \mathbf{a}_{R4} \quad \mathbf{a}_{R5} \quad \mathbf{a}_{R6}] \quad (4)$$

$$\mathbf{Q}_M = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{R1} \times \mathbf{b}_1 & \mathbf{a}_{R2} \times \mathbf{b}_2 & \mathbf{a}_{R3} \times \mathbf{b}_3 & \mathbf{a}_{R4} \times \mathbf{b}_4 \\ \mathbf{a}_{R5} \times \mathbf{b}_5 & \mathbf{a}_{R6} \times \mathbf{b}_6 \end{bmatrix} \quad (5)$$

とすると式(4)(5)は、

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q}_F \\ \mathbf{Q}_M \end{bmatrix} \mathbf{f}_R = \begin{bmatrix} \mathbf{F} - \left(m_T + 6 \frac{l_2}{l} m_R \right) \mathbf{g} \\ - \frac{l_2}{l} m_R \sum_{i=1}^6 \mathbf{b}_i \times \mathbf{g} \end{bmatrix} \quad (6)$$

としてまとめられ、各ロッド方向の力 $\mathbf{f}_R$ を求めることができる。

スライダにはこの $\mathbf{f}_R$ とスライダとロッドの質量による重力 $m_S \mathbf{g}$ 、 $l_1/l \cdot m_R \mathbf{g}$ が作用し、これらのボールねじ軸方向の分力、

$$\mathbf{f}_S = [f_{S1} \quad f_{S2} \quad f_{S3} \quad f_{S4} \quad f_{S5} \quad f_{S6}]^T \quad (7)$$

がボールねじ軸方向にかかる。たとえば U_1 軸の分力 f_{S1} は、以下ようになる。

$$f_{S1} = \left\{ f_{R1} \mathbf{a}_{R1} + \left(m_S + \frac{l_1}{l} m_R \right) \mathbf{g} \right\} \cdot \mathbf{a}_{S1} \quad (8)$$

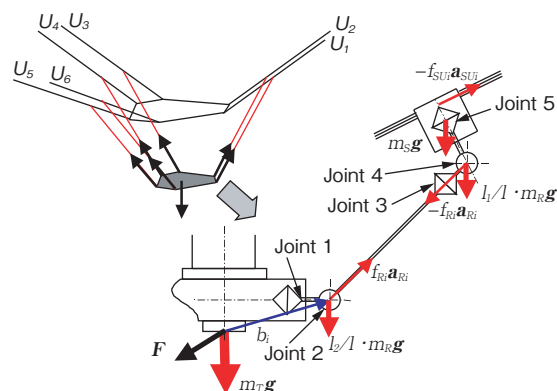


図2 HexaM[®]の力の釣合いモデル
Force balancing model of HexaM[®]

3.2 位置、姿勢による各軸にかかる力の変化

前節に示したモデルを用いて、主軸先端にZ軸方向1 000Nの力を加えた時の位置、姿勢による各軸にかかる力の変化を解析する。図3は評価する位置、姿勢を示す。Z = 0で直径500mm円周上を30°おきにとった12点で評価を行う。(a)は、姿勢変化をさせない状態、(b)は、姿勢を中心方向に20°傾けた状態を示す。図4は各評価位置、姿勢において6本のロッドの軸方向にかかる力の変化を示す。

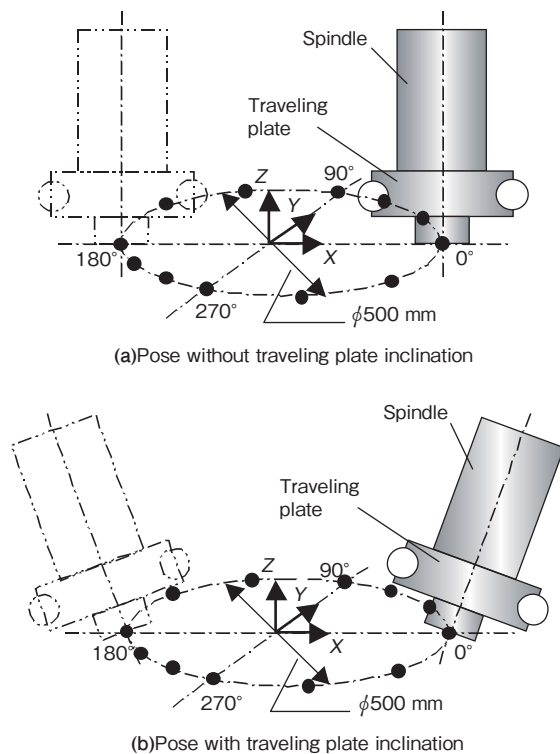
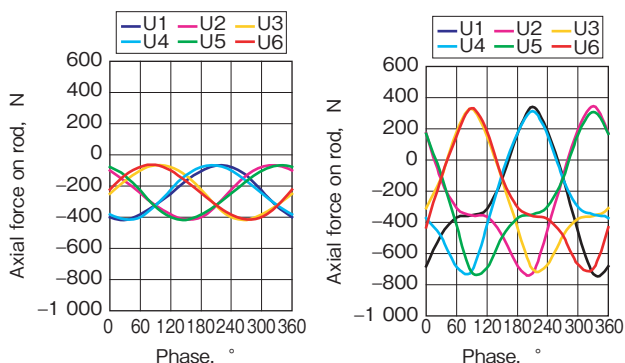


図3 評価する位置、姿勢

Traveling plate pose for evaluation



(a)Without traveling plate inclination (b)With traveling plate inclination

図4 ロッド軸方向にかかる力の位置、姿勢による変化
Variation of axial forces on rods depending on traveling plate pose

この結果から、原点では、各軸に均等に分配されて小さかった力が、位置、姿勢によって不均等になり、特に姿勢が傾いた状態でその変化が大きく、原点における力の20倍を超える大きな力が生じる場合があることが分かる。また、力の方向が逆方向に変わり、単純に分担割合が変化するだけでなく各軸が突っ張り合うような現象が生じていることが分かる。このように位置、姿勢によって各軸にかかる力が変化することは、同じ外力に対して弾性変形量が変化することになり、剛性が変動することを意味する。

3.3 位置、姿勢による剛性変化

前節の解析から位置、姿勢により剛性が変動することが分かったが、その定量的な把握には、各位置、姿勢において各構成部品にかかる力からその時の弾性変形量を求め、そこから主軸先端の変位を求める必要がある。ここでは、各部の機構部品の変形を各機構部品の寸法、取付け角度を表す機構パラメータが変化したものとして考える。機構パラメータの初期値は、図5、表1のように定義される。そして、変化した機構パラメータを用いて順変換したときの工具先端位置 X' (X' , Y' , Z' , A' , B' , C') から工具先端座標指令値 X (X , Y , Z , A , B , C) を差し引くことにより主軸先端の変位 ΔX を求める。この変位推定方法は、重力補償で用いたものと同じである²⁾。このようにして求めた変位と力 F との関係から図3に示した位置、姿勢における剛性の変化を解析する。ここでは、Z方向の力に対するZ方向の変位を求め、同方向の剛性を解析する。図6はその結果を示す。この結果から、(a)のように姿勢変化が無い状態では、剛性の変動が小さいが、(b)のように姿勢変化を伴う動作では、剛性が大きく変動し、位置によってはその値が大幅に低下することが分かる。

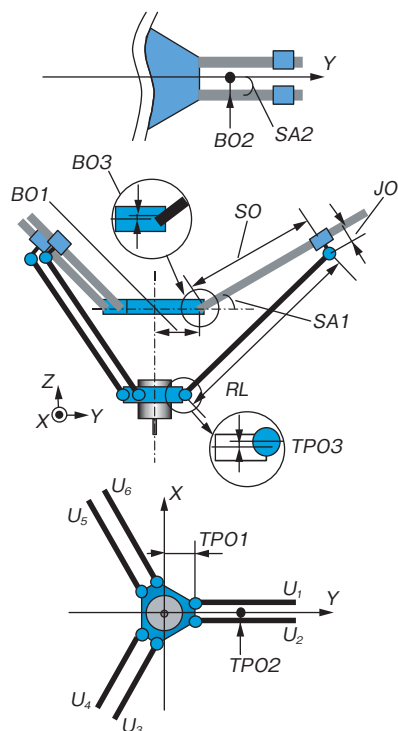
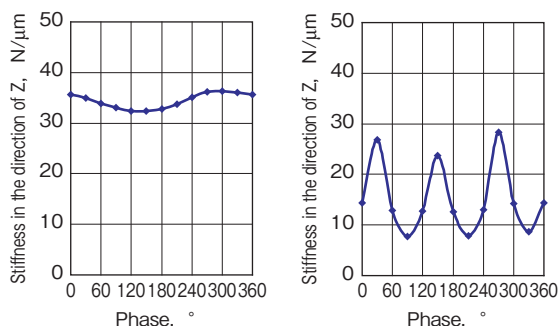


図5 HexaM[®]の機構パラメータ
Kinematic parameters of HexaM[®]



(a)Without traveling plate inclination (b)With traveling plate inclination

図6 Z方向剛性の位置、姿勢による変化

Variation of stiffness in the Z direction depending on traveling plate pose

3.4 剛性と振動の関係

上述の剛性低下に関連する現象として、姿勢変化を伴う移動時に生じる振動がある。図7は、その一例で、 $(X = 0, Y = 200, Z = 0, A = 20, B = 20)$ から $(X = 0, Y = -200, Z = 0, A = 20, B = 20)$ へ速度 4m/min で移動した時のZ方向の振動を示す。加減速時を除く一定速状態で約 $\pm 20\mu\text{m}$ の振動が生じていることが分かる。そこで、さまざまな姿勢で移動した時の振動を測定し、その姿勢での剛性と振動との相関を調べた。その結果を図8に示す。この結果から、剛性と振動振幅には相関があり、剛性の低下に伴って振動振幅が増大することが分かった。したがって、振動を抑制するためには、どのような位置、姿勢においても、剛性が低下しないようにすることが重要である。

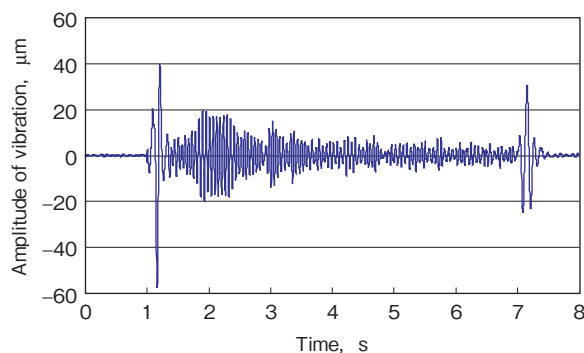


図7 姿勢変化を伴う移動時の振動
Vibration when traveling plate moves with inclination

表1 HexaM[®]の機構パラメータの値
Kinematic parameter values of HexaM[®]

	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6
BO1, mm	250.000	250.000	250.000	250.000	250.000	250.000
BO2, mm	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000
BO3, mm	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
SA1, °	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000
SA2, °	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
JO, mm	144.000	144.000	144.000	144.000	144.000	144.000
RL, mm	1 100.000	1 100.000	1 100.000	1 100.000	1 100.000	1 100.000
TPO1, mm	167.019	167.019	167.019	167.019	167.019	167.019
TPO2, mm	140.285	140.285	140.285	140.285	140.285	140.285
TPO3, mm	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

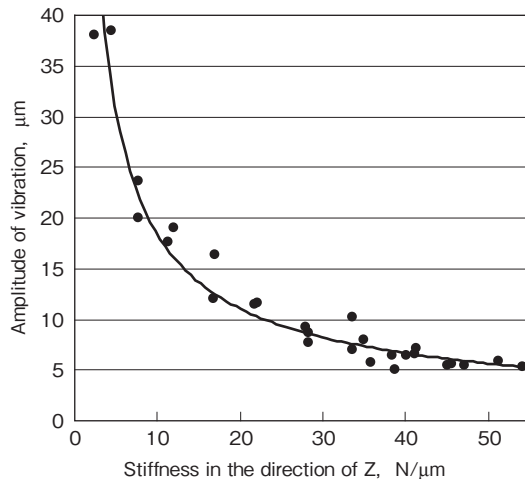


図8 Z方向の剛性と移動時の振動振幅の関係
Relation between stiffness in the Z direction and amplitude of vibration

4. 剛性向上のための機構の最適化

パラレルメカニズムは、リンクやジョイント配置の自由度が大きく、表1に示した機構パラメータを変更することにより、その特性を変更できる。しかし、機構構成と特性との関連は十分解明されておらず、これまでは可動範囲や、速度特性を最良にするように機構を最適化することが一般的であった。剛性に関する機構の最適化については、Kirchnerらがヤコビ行列の条件数から解析した例⁴⁾があるが、剛性向上割合を定量的に把握しにくいという問題があった。ここでは、第3章に示した剛性解析手法を用いて、剛性と機構パラメータとの関係を解析し、姿勢変動に伴う剛性変動、剛性の低下を少なくするための機構の最適化を検討する。最適化する機構パラメータは、後述の実験検証を容易にするため、トラベリングプレート上のジョイントの水平方向の位置を表す2つのパラメータ $TPO1$ 、 $TPO2$ とする。

4.1 機構パラメータと剛性の関係

図9(a)は、 $TPO1$ と剛性との関係を示す。剛性は、 $TPO1 = 0\text{mm}$ において最大値をとる。また、 $TPO1$ の絶対値が大きくなるにしたがって、剛性は低下していく。すなわち、 $TPO1$ は、 0mm 付近に設定するのが良い。 $TPO1 = 0\text{mm}$ の場合には隣り合う2組のリンクでトラベリングプレートの中心軸を支える構造になる。

図9(b)は、 $TPO2$ と剛性との関係を示す。剛性は、 $TPO2 = 30\text{mm}$ 付近で $0\text{N}/\mu\text{m}$ となる。これは、 $TPO2$ をこのような寸法にした場合、トラベリングプ

レート的位置、姿勢によっては、アクチュエータ軸が有効な力を発生できない状態が存在することを意味している。すなわち、可動範囲内に第2種特異点（過可動特異点）⁵⁾が存在するものと思われる。剛性を大きくするためには、 $TPO2$ の値をこの付近から遠ざける必要がある。

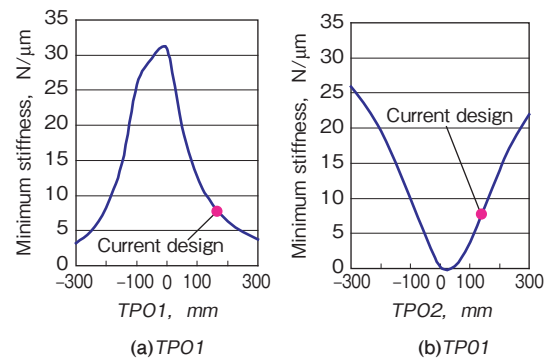


図9 機構パラメータと剛性の関係

Relation between kinematic parameter and stiffness

4.2 剛性向上のための最適機構

前節の結果より、剛性を向上させるための最適な機構案を検討した。最適化機構案 α を図10に示す。表2は、その機構パラメータ値を示す。この機構では $TPO1$ を 167.019mm から 0mm へと変更している。すなわち、2組ずつのリンクでトラベリングプレートの中心軸を支える構造にしたことが大きな特長である。また、 $TPO2$ は、 140.285mm から 282mm もしくは、 222mm へと大きくしている。リンクによって $TPO2$ の値が異なるのは、ロッド同士の干渉を回避するためである。

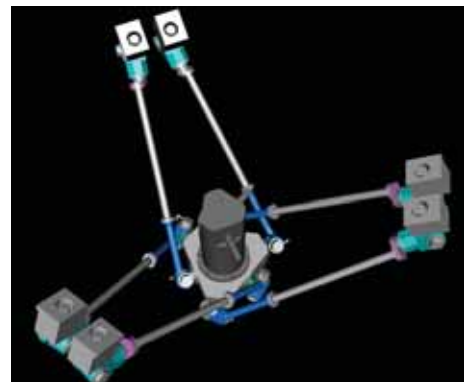
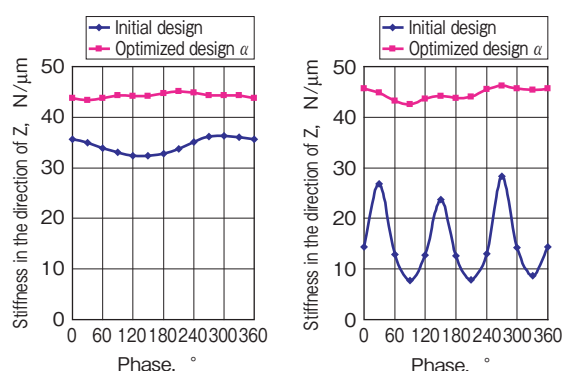


図10 機構最適化案 α
Optimized design α

表2 最適化機構案 α のパラメータ値
Kinematic parameter values of optimized design α

	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6
BO1, mm	250.000	250.000	250.000	250.000	250.000	250.000
BO2, mm	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000
BO3, mm	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
SA1, °	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000
SA2, °	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
JO, mm	204.000	204.000	204.000	204.000	204.000	204.000
RL, mm	1 190.000	1 190.000	1 190.000	1 190.000	1 190.000	1 190.000
TPO1, mm	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
TPO2, mm	282.000	222.000	282.000	222.000	282.000	222.000
TPO3, mm	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

次に最適化機構案 α の特性を評価するためにシミュレーションで位置、姿勢による剛性の変化を検証した。図11は、従来のパラメータと最適機構案 α について剛性を比較したものである。最適化機構案 α では、剛性の変動が大幅に減少し、その最小値も現状の機構の $7.7\text{N}/\mu\text{m}$ に対して $42.5\text{N}/\mu\text{m}$ と大幅に向上している。



(a) Without traveling plate inclination (b) With traveling plate inclination

図11 最適化機構案 α と従来機構の剛性比較
Stiffness of optimized design α compared with initial design

この案は、性能の向上という観点からは理想的な構造である。ただし、位置、姿勢を変えた場合には、上述のロッド同士の干渉だけでなく、ジョイントやスピンドルも含めた全てのリンク同士の干渉が問題になるため、これを考慮した設計が必要である。

5. 最適機構の干渉回避設計

前章の最適機構案 α を実動作可能なものにするためには、優れた剛性を維持しながら機構の干渉を回避するような設計が必要であるが、3D-CAD で可動範囲全域における干渉を確認するには膨大な時間を要する。そ

こで、3D-CAD モデルを画面上で動作させることが可能な Virtual Machine Simulator⁶⁾ に HexaM[®] の 3D-CAD モデルと逆変換ロジックを組み込み、シミュレーションにより干渉チェックをしながら設計した。可動範囲全域において干渉を回避するように設計した最適化機構案 β を図12に、その機構パラメータを表3に示す。図13は、シミュレーションにより、従来のモデル、最適化機構案 α 、 β の剛性を比較したものである。最適化機構案 β は、最適化機構案 α に比べ全体的に剛性が低くなっているものの、剛性の変動そのものは最適化機構案 α と同様に少なく、その最小値も $20\text{N}/\mu\text{m}$ 以上であり、特性は向上している。

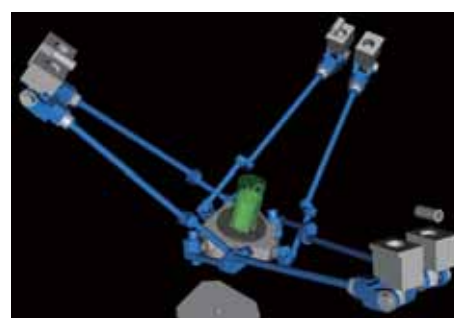
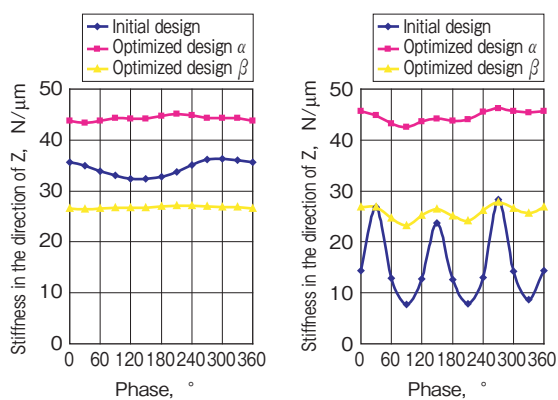


図12 機構最適化案 β
Optimized design β

表3 最適化機構案 β のパラメータ値
Kinematic parameter values of optimized design β

	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6
BO1, mm	422.045	422.045	422.045	422.045	422.045	422.045
BO2, mm	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000
BO3, mm	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
SA1, °	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000
SA2, °	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
JO, mm	230.000	204.000	230.000	204.000	230.000	204.000
RL, mm	1 335.000	1 315.000	1 335.000	1 315.000	1 335.000	1 315.000
TPO1, mm	20.000	15.000	20.000	15.000	20.000	15.000
TPO2, mm	282.000	222.000	282.000	222.000	282.000	222.000
TPO3, mm	- 10.000	10.000	- 10.000	10.000	- 10.000	10.000



(a) Without traveling plate inclination (b) With traveling plate inclination

図13 最適化機構案 β と従来機構、最適化機構案 α の剛性比較

Stiffness of optimized design β compared with initial design and optimized design α

低減された。図17は、振動によって生じると推察される加工面に現れるうねりを示す。従来機構で $\pm 3\mu\text{m}$ であったうねりが $\pm 1\mu\text{m}$ となり加工精度が向上したことが分かる。これら、振動、加工面のうねりの減少は、剛性向上の効果によるものと考えられる。

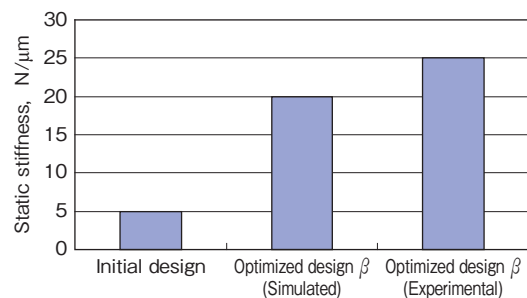


図14 最適化機構 β と従来機構の静剛性

Static stiffness of optimized design β and initial design

6. 機構の最適化による効果

最適化機構案 β にしたがって実機を改造し、その効果を確認した。まず、従来機構において剛性が最小になる姿勢 ($X = 0$, $Y = 250$, $Z = 0$, $A = -25$, $B = 0$) で、静剛性を測定した。その結果を図14に示す。剛性は、従来機構が $5\text{N}/\mu\text{m}$ であるのに対し、 $25\text{N}/\mu\text{m}$ と約5倍に向上していることが分かる。次に、動剛性を評価するため、ハンマリング試験を行った。その結果を図15に示す。グラフの縦軸はコンプライアンス(剛性の逆数)を示すため、値が低い方が動剛性が高い。結果から従来機構が 30Hz 以下の低い周波数領域で剛性が低かったのに対し、最適化後はその領域で動剛性が1桁以上向上していることが分かる。

図16は、姿勢変化を伴う移動時の振動測定の結果を示す。振動振幅は、 $\pm 20\mu\text{m}$ から $\pm 2\mu\text{m}$ へと1/10に

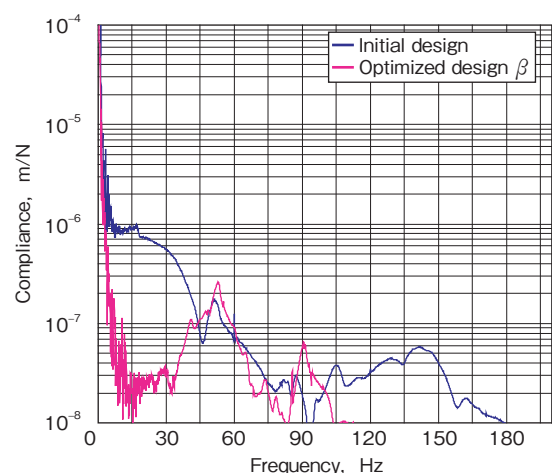


図15 最適化機構 β と従来機構の動剛性

Dynamic stiffness of optimized design β and initial design

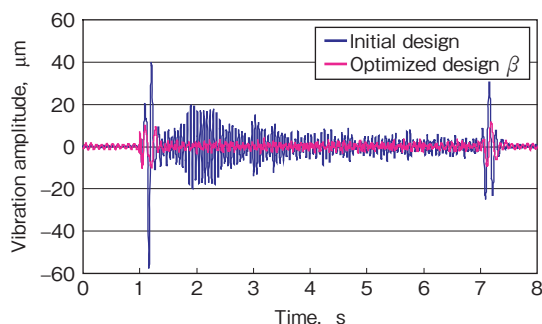


図16 最適化機構 β と従来機構の姿勢変化を伴う移動時の振動

Vibration of optimized design β and initial design when traveling plate moves with inclination

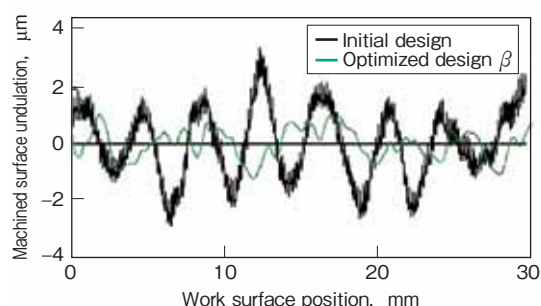


図17 最適化機構 β と従来機構のワーク加工表面のうねり

Machined surface undulation of optimized design β and initial design

7. おわりに

本報では、力の釣合いモデルを用いて、剛性変化のメカニズムを解析するとともに、機械剛性と振動との関連を検証した。そして、リンク同士の干渉を回避しながら、剛性変動を最小化する機構の最適化設計を行い、実際に機構を変更して効果を検証した。その結果を以下にまとめる。

- (1) 機械剛性が、位置、姿勢によって変動することを解析により示した。また、移動時の振動振幅と機械剛性との間に相関があること、振動減少のために剛性向上が必要なことを示した。
- (2) 機構を最適化することにより位置、姿勢による機械剛性の変動を小さくし、剛性の落込みを小さくできることをシミュレーションにより示した。
- (3) 機構の最適化を実機に適用し、静剛性、動剛性の向上、移動時の振動振幅、加工面のうねりを低減できることを実験により確認した。

ここでは、当社の HexaM[®] において機構の最適化を実施したが、他の機構においても、同様な考え方で最適

化を行うことにより剛性の向上が可能と考えられる。

参考文献

- 1) 渋川哲郎, 遠山退三, 服部和也: 精密工学会誌, vol. 63, no. 12(1997)1671.
- 2) 太田浩充, 大坪和義, 内山 勝, 遠山退三, 渋川哲郎: 精密工学会誌, vol. 67, no. 7(2001)1114.
- 3) 遠山退三, 渋川哲郎, 服部和也, 大坪和義, 堤 正臣: 精密工学会誌, vol. 67, no. 7(2001)1185.
- 4) J. Kirchner and R. Neugebauer: Proc. 2000 Parallel Kinematic Machines Int. Conf.(2000)307.
- 5) 内山 勝: 日本ロボット学会誌, vol. 10, no. 6(1992) 715.
- 6) 坂 保徳, 大石重雄, 山本吉二, 向井康晴: JTEKT Engineering Journal, no. 1001(2006)122.

筆者



松井貴史*
T. MATSUI



太田浩充**
H. OHTA

* 研究開発センター 加工システム研究部

** 研究開発センター FP 研究部 工学博士