ラック＆ピニオンかみあいによるステアリング用ラック揺動トルクの理論推定

Estimation of Rack Swing Torque for Rack and Pinion Steering Gear

小林　恒　T. KOBAYASHI　柴田英紀　H. SHIBATA

In this paper, we discuss rack swing torque of rack and pinion steering gears considering friction during rack and pinion gear meshing without backlash and present a theory able to estimate rack swing torque derived based on consideration of rack and pinion gear meshing normal force, frictional force between tooth surfaces, spring force and frictional force from the rack guide, etc. In addition, based on this theory, we tested rack and pinion gear parameters designed to minimize rack swing torque. The experimental results show that the rack swing angle is improved compared with that of the current product and consequently that the proposed theory for estimating rack swing torque is effective.

Key Words: rack and pinion gear, rack swing torque, gear meshing, frictional force

1．はじめに

乗用車用ステアリングは，ラック＆ピニオン（以下，R&P）式が主流であり[1]，ステアリングの振動，音，およびフィーリングは，R&P のかみあい品質に大きく影響する．また，タイヤから路面状況を運転者に直接伝える点において，R&P は大きな役割を果たしている．

ステアリング用 R&P では，車への搭載条件により，ラックの軸線とピニオンギヤの軸線が垂直ではなく，両軸線が食い違う斜交式がよく使われているので，**図 1** に示すように，かみあいの進行とともに，歯すじ方向にすべりが生じ，円筒状ラック（ステアリングではラックバー，単にラックとも言う）を回転させるトルクが生じる．ステアリングの構造上，このラックバーの回転を拘束できるのはピニオンギヤとラックのかみあい歯面だけなので，かみあいにより生じたラックバーの回転が，かみあい品質に影響を及ぼすと考えられる．

ただし，ハンドル操作には左右方向があるので，ラックバーに生じる回転には時計回りと反時計回りとがあり，ハンドルの左右操作に伴ってラックバーが揺動する．上述のラックバーの回転を揺動といい，そのトルクや角度をそれぞれ，揺動トルク，揺動角（度）という．

斜交式 R&P のかみあいのみなら，ねじ歯車に準じ，歯車の一般論[2] を適用して歯面形状およびかみあいプロセスを論じることが可能である．しかしながら，ステアリング用 R&P では，理論上で R&P のかみあい摩擦と機械効率を論ずる研究[3] やモデリングによる R&P のかみあい特性とトルク特性を評価する文献[4) 5)] があるものの，R&P のかみあいによるラック揺動を議論する研究が見つからなかった．これまで，ステアリング用 R&P の設計において，ラック揺動を考慮する諸元の最適化などの設計支援理論がなかったため，振動・音の改善やフィーリングの評価などは大量の実験データにしか依存できず，繰返しの実験では，新製品開発コストが高くなり，開発期間も長くなる．さらに最適の諸元を見いだすのは困難である．従って，ラック揺動を考慮するステアリング用 R&P の解析理論の確立は，至急解決すべき課題となっている．

図 1　ステアリング用ラック＆ピニオン
Rack and pinion steering gear

著者らは歯車のかみあい理論を用いて，ステアリング用 R&P のかみあいの特徴を分析し，両歯面同時かみあい（ノーバックラッシ）時の接触線を求める理論式を導いた．また，歯車のかみあいにより生じる歯面摩擦を検討し，かみあい進行中の歯面間の相対すべり速度（歯すじ，歯たけ方向とも）を求める式を導出した．さらに，かみあい線と相対すべり速度を用いて，かみあいによりラックにかかる力，ステアリング特有のラックガイドからラックにかかる力などをもとにラック揺動トルクを推定する理論を確立した．

最後に，本研究の理論に基づいて，揺動トルクを最小とする設計を試行して，その結果を確認した．これらの結果について報告する．

2. ステアリング用R&Pかみあい解析の座標系

2.1　座標系の定義

R&P のかみあい理論を論じるにあたり，まず，ピニオンとラックの座標系を定義する．ピニオン軸と一致する軸を持つ絶対座標系をピニオン座標系，ラック軸と一致する軸を持つ絶対座標系をラック座標系とする．

図２に示すように，ピニオン座標系 $S_p(o\text{-}x, y, z)$は，食い違ったラック軸線とピニオン軸線の最短距離を含むピニオンギヤ軸直面を xy 面とし，両軸間距離が最短となる線を x 軸とし，ラックに向かう方向を正とする．さらに，右手系に従い，ピニオン軸直角面上に y 軸を定義する．また，xy 面とピニオン軸線の交点を原点 o，ピニオン軸線を z 軸とする．

一方，ラック座標系 S_r（$O\text{-}X, Y, Z$）は，食い違ったラック軸線とピニオン軸線の最短距離を含むラックの軸平面を XY 面とし，両軸間距離が最短となる線を X 軸とし，その方向は x 軸方向と一致する．さらに，X 軸とラック軸線との交点を原点 O とし，ラック軸線を Y 軸とする．また，Y 軸と y 軸の挟み角（食い違い角）が鋭角になるように Y 軸の方向を定義し，右手系に従ってラック軸直角面で Z 軸方向が定められる．

図２(a) に全体の位置関係，**図２**(b)，(c) にそれぞれ YZ，XZ 面を示す．

また，R&P の両軸間に角度差（食い違い角）があるとき，ピニオンのねじれ角を β_p，ラックのねじれ角を β_r とすると，ピニオンギヤの軸線とラック軸の垂直線とのなす角は軸角 Σ（$=\beta_p+\beta_r$）となる．この各角度の向きは，**図２**(b) において右側にねじれている場合を正と定義した．

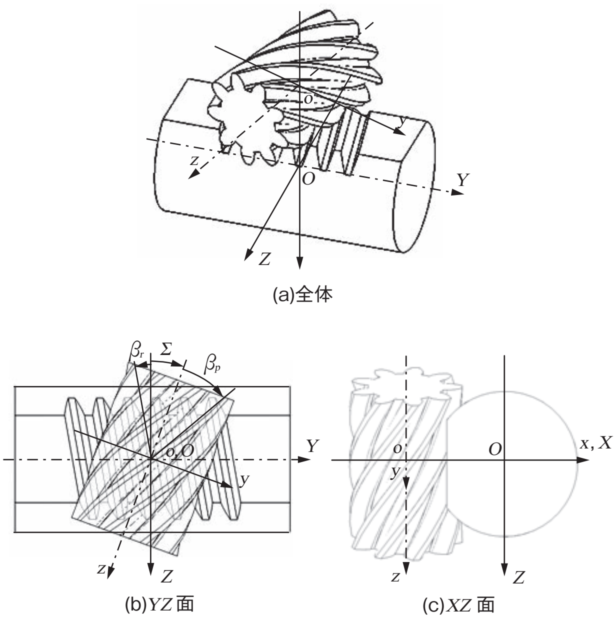

図２　座標系の定義
Definition of coordinate systems

ピニオンおよびラック座標系の関係は，x（X）軸周りに軸角 Σ（$-\Sigma$）回転し，それぞれの原点は x（X）軸上で両軸間距離 a 離れていることになる．

2.2　座標系の変換

前節で定義された，ピニオン座標系 S_p（$o\text{-}x, y, z$）とラック座標系 S_r（$O\text{-}X, Y, Z$）の位置関係は，両座標系の x (X) 軸が同一であり，x (X) 軸周りに Σ ($-\Sigma$) 回転させ，x（X）軸上で $\pm a$ 移動させればよい．

たとえば，空間上の任意の点について，ピニオン座標系 S_p を用いて表すとき，その位置ベクトル $\boldsymbol{K}_p$ は次式で与えられる．

$$\boldsymbol{K}_p = \{x, y, z\}^T \tag{1}$$

一方，ラック座標系 S_r を用いて表すと，その位置ベクトル $\boldsymbol{K}_r$ は次式で与えられる．

$$\boldsymbol{K}_r = \{X, Y, Z\}^T \tag{2}$$

両座標系の位置関係を用いて，式(1)，式(2)に示された二つのベクトルは，次のように互いに変換できる．

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{K}_r &= M_x^{-\Sigma}\boldsymbol{K}_p - \boldsymbol{a} \\ \boldsymbol{K}_p &= M_x^{\Sigma}\boldsymbol{K}_r + \boldsymbol{a} \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

式⑶中の変換マトリクスおよび位置ベクトルは次式である．

$$M_x^{\mp\Sigma}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \cos\Sigma & \mu\sin\Sigma\\ 0 & \pm\sin\Sigma & \cos\Sigma\end{bmatrix},\quad \mathbf{a}=\{a,\ 0,\ 0\}^T$$

3．ラック揺動トルクを推定する理論式の導出

3.1　ラックにかかる荷重および摩擦の定義

R&P のかみあい進行により生じるラックの揺動トルク T を導出するため，ラックにかかる力について検討する．

ラックには，ピニオンとのかみあいによる歯面法線荷重およびピニオンとラック歯面間の相対すべり摩擦荷重だけでなく，ステアリングに特有の両歯面で常に接触を保つためのラックガイドによるラック半径方向荷重，ラックガイドとラックのすべり摩擦荷重，さらに，タイヤなどからの外力が存在する．

図3には，上述したラックが受ける荷重とラックで生じる揺動トルクを示している．**図3**(a) はラック軸平面（XY 平面），**図3**(b) はラック軸直角面（XZ 平面）を示している．また，**表1**に上述の各荷重，摩擦係数などの定義をまとめて示す．

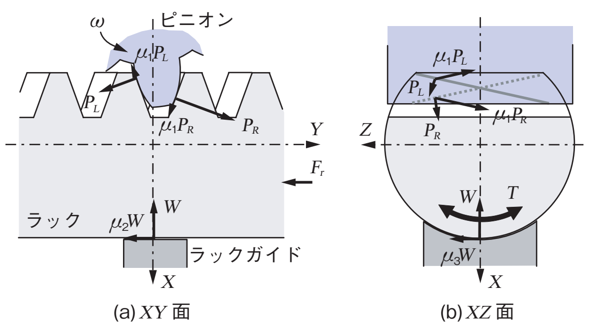

図3　ラックにかかる各荷重
Loads exerted on rack

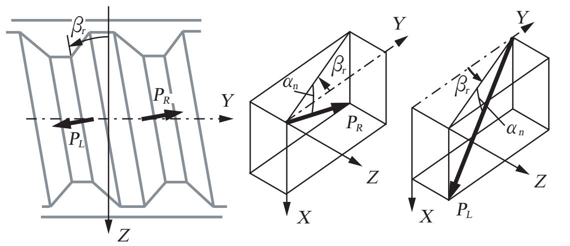

図4　歯面にかかる荷重方向
Directions of load exertion on rack tooth

表1　ラックにかかる各荷重および摩擦係数などの定義
Definitions of each load exerted on the rack and friction coefficient

ピニオン角速度	ω
ピニオン右歯面による荷重＊1	P_R
ピニオン左歯面による荷重＊1	P_L
歯面摩擦係数	μ_1
ラック外力	F_r
ラックガイド荷重	W
ラック軸方向のラックガイド摩擦係数	μ_2
ラック円周方向のラックガイド摩擦係数	μ_3
ラック揺動トルク	T

＊1　かみあい線単位長さあたりの荷重

このうち，ピニオン歯面から受ける法線荷重は，ピニオン右歯面からと左歯面からとに分け，それぞれかみあい線単位長さ当たり一定の荷重がかかるものとし，P_R，P_L と定義している．また，**図4**に示すように，P_R，P_L は歯面に垂直方向に働くため，それらの方向ベクトル $\mathbf{e}_{rR}$，$\mathbf{e}_{rL}$ は，ラック座標系で表すと，歯直角圧力角 α_n を用いて，次式で与えられる．

$$\left.\begin{aligned}\mathbf{e}_{rR}&=\{\sin\alpha_n,\ \cos\alpha_n\cos\beta_r,\ \cos\alpha_n\sin\beta_r\}^T\\ \mathbf{e}_{rL}&=\{\sin\alpha_n,\ -\cos\alpha_n\cos\beta_r,\ -\cos\alpha_n\sin\beta_r\}^T\end{aligned}\right\}\quad(4)$$

3.2　歯面かみあいの相対すべり速度の導出

3.2.1　歯すじ方向の相対すべり速度の導出

R&P の軸角が $\Sigma\neq 0$ では，ラックとピニオンのねじれ角が異なるため，R&P のかみあいから，歯たけ方向だけでなく，歯すじ方向にも相対すべりが生じる．本節では，この歯すじ方向の相対すべり速度を導出する．

ピニオン座標系 S_p において，歯面上の任意のかみあい点 K の座標を（x，y，z）とし，ピニオンの角速度を ω とすれば，かみあい点におけるピニオン周速度は次式で与えられる．

$$v_{pT}=\sqrt{x^2+y^2}\,\omega\quad(5)$$

図5に示すように，ピニオン周速度の歯法線方向の成分は，式⑸から次のように求められる．

$$v_{pN}=\sqrt{x^2+y^2}\,\omega\cos\alpha'\quad(6)$$

式⑹の α' は，ピニオン軸直角面上のかみあい点 K における圧力角である．また，インボリュート歯形であるので次式が成り立っている．

$$\sqrt{x^2+y^2}\cos\alpha' = r\cos\alpha_t \tag{7}$$

式(7)の r はピニオンのピッチ円半径，α_t はピニオン軸直角面上のピッチ円における圧力角である．ここで，式(7)を式(6)に代入すれば，ピニオン周速度の歯法線方向成分は次のように書き換えられる．

$$v_{pN} = r\,\omega\cos\alpha_t \tag{8}$$

したがって，ピニオン周速度により得られた**図５**に示すようなラック軸平面（YZ 面）における成分（y 軸成分）が次のように求められる．

$$v_{pNy} = \frac{v_{pN}}{\cos\alpha_t} = r\,\omega \tag{9}$$

式(9)から分かるように，ピニオン周速度により得られた YZ 面における成分は，かみあい位置と関係なく，一定値である．さらに，v_{pNy} のベクトル $\boldsymbol{v}_{pNy}$ をピニオン座標系で表せば，次のようである．

$$\boldsymbol{v}_{pNy} = \{0,\ r\,\omega,\ 0\}^T \tag{10}$$

ピニオン周速度により得られた ZX 面における成分をラック座標系で表した $\boldsymbol{v}_p$ は，座標変換式(3)を用いて次のように与えられる．

$$\boldsymbol{v}_p = M_x^{-\Sigma}\boldsymbol{v}_{pNy} = \{0,\ r\,\omega\cos\Sigma,\ r\,\omega\sin\Sigma\}^T \tag{11}$$

さて，ピニオン軸線とラック軸線とも平行な面において，**図６**に示すように，ピニオン周速度の成分 $\boldsymbol{v}_p$ とラック軸方向の移動速度 $\boldsymbol{v}_r$ がある．R&P がかみあうとき，歯面の離れがない，つまり，ラックとピニオンの共用面（歯直角面）の速度 $\boldsymbol{v}_N$ が等しいので，$\boldsymbol{v}_p$ と $\boldsymbol{v}_r$ の関係式を次のように導出できる．

$$\left.\begin{aligned} v_N &= v_p\cos\beta_p = v_r\cos\beta_r \\ v_r &= v_p\frac{\cos\beta_p}{\cos\beta_r} = r\,\omega\frac{\cos\beta_p}{\cos\beta_r} \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

したがって，**図６**に示した R&P かみあいの歯面すべり速度は，式(11)と式(12)により次式で与えられる．

$$\boldsymbol{v}_\beta = \boldsymbol{v}_p - \boldsymbol{v}_r = \left\{0,\ r\,\omega\left(\cos\Sigma - \frac{\cos\beta_p}{\cos\beta_r}\right),\ r\,\omega\sin\Sigma\right\}^T \tag{13}$$

式(13)に示されたベクトルの大きさを求めれば，歯すじ相対すべり速度は次のように得られる．

$$v_\beta = r\,\omega\frac{\sin\Sigma}{\cos\beta_r} \tag{14}$$

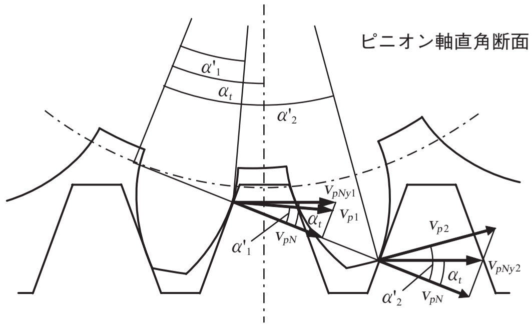

図５　かみあい点におけるピニオン周速度
Pinion peripheral velocity at meshing point

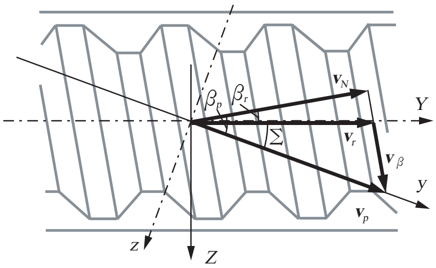

図６　歯すじ方向相対すべり速度
Relative slipping velocity in helical direction

3.2.2　歯たけ方向の相対すべり速度の導出

インボリュート歯形を持つ歯車の歯たけ方向では，かみあう両歯のかみあい長さが互いに異なり，滑りながら転がっているため，両かみあい歯面上で相対すべりが生じている．

歯車の歯面同士がかみあうとき，歯面相対すべり率[6)]により実際の歯たけ方向の歯面すべり摩擦を把握できる．歯面かみあい上の任意点 K（x，y，z）における歯たけ方向のすべり速度 v_α は次式で与えられる．

$$v_\alpha = u\sqrt{x^2+y^2}\,\omega \tag{15}$$

式(15)中の u は歯面相対すべり率であり，次のように求められる[6)]．

$$u = 1 - \frac{\tan\alpha_t}{\tan\alpha'}$$

任意のかみあい点 K におけるピニオン軸の半径を r' とすれば，次の関係式が得られる．

$$r' = \sqrt{x^2+y^2} \tag{16}$$

式(16)を式(15)に代入すれば，歯たけ相対すべり速度は次式で表される．

$$v_\alpha = ur'\omega \tag{17}$$

また，歯たけ相対すべり速度は，ピニオン座標系を用いてベクトルで表すと次式となる．

$$\boldsymbol{v}_\alpha = ur'\omega\,\{\sin\alpha_t,\ -\cos\alpha_t,\ 0\}^T \tag{18}$$

3.2.3　歯面かみあいの総合相対すべり速度の導出

式⒁，式⒅より両歯面がかみあうとき，歯面間で生じる総合相対すべり速度 $\boldsymbol{v}_s$ は，ラック座標系において次式で与えられる．

$$\begin{aligned}\boldsymbol{v}_s &= M_x^{-\Sigma}\boldsymbol{v}_\alpha + \boldsymbol{v}_\beta \\ &= \omega\left\{\begin{array}{l} ur'\sin\alpha_t \\ -ur'\cos\alpha_t\cos\Sigma + r\left[\cos\Sigma - \dfrac{\cos\beta_p}{\cos\beta_r}\right] \\ -ur'\cos\alpha_t\sin\Sigma + r\sin\Sigma \end{array}\right\}\end{aligned} \tag{19}$$

ただし，歯たけ方向の相対すべり速度は，ピニオン座標系で表されているため，式⑶の座標変換マトリクスを用いてラック座標系に変換している．

また，その単位方向ベクトル $\boldsymbol{e}_s$ は，次式で与えられる．

$$\boldsymbol{e}_s = \frac{\boldsymbol{v}_s}{|\boldsymbol{v}_s|} \tag{20}$$

3.3　歯面相対すべり摩擦を含めた歯面にかかる荷重

式⑷および式⒇から，すべり摩擦を含めたピニオン右歯面から受ける荷重の単位方向ベクトルは，次式で与えられる．

$$\boldsymbol{e}_{fR} = \frac{P_R\boldsymbol{e}_{pR} - \mu_1 P_R\boldsymbol{e}_s}{|P_R\boldsymbol{e}_{pR} - \mu_1 P_R\boldsymbol{e}_s|} = \frac{\boldsymbol{e}_{pR} - \mu_1\boldsymbol{e}_s}{|\boldsymbol{e}_{pR} - \mu_1\boldsymbol{e}_s|} \tag{21}$$

式㉑中の μ_1 は歯面摩擦係数である．従って，その荷重 $\boldsymbol{f}_R$ は，次式で与えられる．

$$\boldsymbol{f}_R = P_R\boldsymbol{e}_{fR} \tag{22}$$

次に，式㉒を用いて，ピニオン右歯面から受ける荷重全体を求める．

上述のように，式㉒はかみあい線単位長さ当たりの荷重なので，ピニオン右歯面から受ける荷重全体は，各かみあい線の荷重を微小長さ dl_R を用いて，同時かみあい歯の荷重の和から次式で与えられる．

$$\Sigma\int\boldsymbol{f}_R\,dl_R = \Sigma\int P_R\boldsymbol{e}_{fR}dl_R \tag{23}$$

同様に，式⑷および式⒇から，すべり摩擦を含めたピニオン左歯面から受ける荷重の単位方向ベクトルは，次式で与えられる．

$$\boldsymbol{e}_{fL} = \frac{P_L\boldsymbol{e}_{pL} - \mu_1 P_L\boldsymbol{e}_s}{|P_L\boldsymbol{e}_{pL} - \mu_1 P_L\boldsymbol{e}_s|} = \frac{\boldsymbol{e}_{pL} - \mu_1\boldsymbol{e}_s}{|\boldsymbol{e}_{pL} - \mu_1\boldsymbol{e}_s|} \tag{24}$$

その荷重 $\boldsymbol{f}_L$ は，次式で与えられる．

$$\boldsymbol{f}_L = P_L\boldsymbol{e}_{fL} \tag{25}$$

また，式㉕を用いて，ピニオン左歯面から受ける荷重全体を求める．右歯面と同様に，ピニオン左歯面から受ける荷重全体は，各かみあい線の荷重を微小長さ dl_L を用いて次式で与えられる．

$$\Sigma\int\boldsymbol{f}_L\,dl_L = \Sigma\int P_L\boldsymbol{e}_{fL}dl_L \tag{26}$$

3.4　ラックにかかる力のつりあい

前節で導出した式㉓，式㉖により，歯面のすべり摩擦を含めたピニオン両歯面から受ける荷重が得られたので．本節はラックにおける力のつりあい式を導出し，ピニオン両歯面から受けるかみあい線単位長さ当たりの荷重 P_R，P_L を求める．

ラックにかかる力は，式㉓，式㉖から求められた歯面荷重に加えて，ラック軸方向外力 $\boldsymbol{F}_r$，ラックガイドからのラジアル荷重 $\boldsymbol{W}$，およびラックガイド摩擦によるスラスト荷重 $\mu_2\boldsymbol{W}$ がある．それらの力のつりあいは次式で与えられる．

$$\boldsymbol{F}_r + \boldsymbol{W} + \mu_2\boldsymbol{W} = \Sigma\int\boldsymbol{f}_R dl_R + \Sigma\int\boldsymbol{f}_L dl_L \tag{27}$$

ただし，ラックガイドの摩擦は，ピニオン回転方向の逆向きに働くものとする．

さて，ラックに働く荷重をラック軸方向と，ラック軸とピニオン軸に垂直な方向（つまり，x，X 軸と平行な鉛直方向）で議論するため，式㉑，式㉔に示された単位方向ベクトルを次式のように表しておく．

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{e}_{fR} &= \{e_{fXR},\ e_{fYR},\ e_{fZR}\}^T \\ \boldsymbol{e}_{fL} &= \{e_{fXL},\ e_{fYL},\ e_{fZL}\}^T\end{aligned}\right\} \tag{28}$$

また，各荷重の正方向を**図３**の矢印方向で定義すると，ラック軸方向のつりあいから次式が得られる．

$$F_r + \frac{\omega}{|\omega|}\mu_2 W = \Sigma\int P_R e_{fYR}dl_R + \Sigma\int P_L e_{fYL}dl_L \tag{29}$$

一方，ラック軸とピニオン軸に垂直な方向のつりあい

から次式が成り立つ．

$$W = \sum\int P_R e_{fXR} dl_R + \sum\int P_L e_{fXL} dl_L \tag{30}$$

ここで，P_R，P_L はそれぞれかみあい線単位長さ当たり一定と定義しているので，式(29)，式(30)を用いて次のように求めることができる．

$$P_R = \frac{W\sum\int e_{fYL} dl_L - \left(F_r + \frac{\omega}{|\omega|}\mu_2 W\right)\sum\int e_{fXL} dl_L}{\sum\int e_{fXR} dl_R \sum\int e_{fYL} dl_L - \sum\int e_{fYR} dl_R \sum\int e_{fXL} dl_L} \tag{31}$$

$$P_L = \frac{W\sum\int e_{fYR} dl_R - \left(F_r + \frac{\omega}{|\omega|}\mu_2 W\right)\sum\int e_{fXR} dl_R}{\sum\int e_{fXL} dl_L \sum\int e_{fYR} dl_R - \sum\int e_{fYL} dl_L \sum\int e_{fXR} dl_R} \tag{32}$$

一般的には，$P_R \geqq 0$, $P_L \geqq 0$ であると考えられるので，式(31)，式(32)で $P_R < 0$ あるいは $P_L < 0$ の場合は，ラックガイドが降伏したと考え，次のように求められる．

$P_L < 0$ のとき，式(29)において $P_L = 0$ とし，P_R は次式となる．

$$P_R = \frac{F_r + \frac{\omega}{|\omega|}\mu_2 W}{\sum\int e_{fYR} dl_R} \tag{33}$$

同様に，$P_R < 0$ のとき，式(29)において $P_R = 0$ とし，P_L は次式となる．

$$P_L = \frac{F_r + \frac{\omega}{|\omega|}\mu_2 W}{\sum\int e_{fYL} dl_L} \tag{34}$$

3.5　ラック揺動トルクの導出

ラック軸周りのモーメントから，揺動トルクを導出する．ラック軸の直角面（XZ 平面）に働く荷重成分を検討するので，先に求めたピニオン両歯面から受ける荷重 $\boldsymbol{f}_R$，$\boldsymbol{f}_L$ を次式で表す．

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{f}_R &= \{f_{XR},\ f_{YR},\ f_{ZR}\}^T \\ \boldsymbol{f}_L &= \{f_{XL},\ f_{YL},\ f_{ZL}\}^T \end{aligned}\right\} \tag{35}$$

まず，ピニオン右歯面から受ける荷重によるラック軸周りのモーメントを求める．**図７**に示すように，かみあい線上の点を（Z_R，X_R）とすると，そのときの荷重成分は次式となる．

$$\sqrt{f_{XR}^{\ 2} + f_{ZR}^{\ 2}} \tag{36}$$

また，かみあい点を通り荷重成分の直線の方程式は次式で与えられる．

$$X - X_R = \frac{f_{XR}}{f_{ZR}}(Z - Z_R) \tag{37}$$

さらに，荷重成分とラック軸中心 O（0，0，0）の距離 d_R は，次式で求められる．

$$d_R = \frac{|f_{ZR} X_R - f_{XR} Z_R|}{\sqrt{f_{XR}^{\ 2} + f_{ZR}^{\ 2}}} \tag{38}$$

したがって，ピニオン右歯面から受ける荷重によるラック軸周りのモーメント T_R は，式(36)，式(38)より次式で与えられる．

$$\begin{aligned} T_R &= \sum\int\sqrt{f_{XR}^{\ 2} + f_{ZR}^{\ 2}}\ dl_R \cdot d_R \\ &= \sum\int\sqrt{f_{XR}^{\ 2} + f_{ZR}^{\ 2}}\ dl_R \cdot \frac{|f_{ZR} X_R - f_{XR} Z_R|}{\sqrt{f_{XR}^{\ 2} + f_{ZR}^{\ 2}}} \\ &= \sum\int|f_{ZR} X_R - f_{XR} Z_R|\, dl_R \end{aligned} \tag{39}$$

さて，導出したラック軸周りのモーメント T_R を求める式(39)の方向は次のように定められる．

式(37)において $X = 0$ のとき，

（i）　$-\dfrac{f_{ZR}}{f_{XR}} X_R + Z_R \geq 0$ ならば $|f_{ZR} X_R - f_{XR} Z_R|\, dl_R$

（ii）　$-\dfrac{f_{ZR}}{f_{XR}} X_R + Z_R < 0$ ならば $-|f_{ZR} X_R - f_{XR} Z_R|\, dl_R$

とすることで，ピニオン右歯面から受ける荷重によるラック軸周りのモーメント和が求められる．

同様に，ピニオン左歯面から受ける荷重によるラック軸周りのモーメント T_L も，右歯面における添え字 R を左歯面における添え字 L に置き換えることで求められ，次式で与えられる．

$$\begin{aligned} T_L &= \sum\int\sqrt{f_{XL}^{\ 2} + f_{ZL}^{\ 2}}\ dl_L \cdot d_L \\ &= \sum\int\sqrt{f_{XL}^{\ 2} + f_{ZL}^{\ 2}}\ dl_L \cdot \frac{|f_{ZL} X_L - f_{XL} Z_L|}{\sqrt{f_{XL}^{\ 2} + f_{ZL}^{\ 2}}} \\ &= \sum\int|f_{ZL} X_L - f_{XL} Z_L|\, dl_L \end{aligned} \tag{40}$$

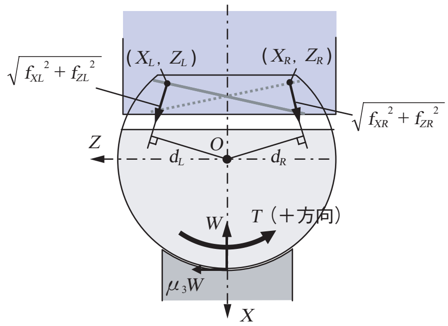

図７　ラック揺動トルクの導出
Derivation of rack swing torque

式(39)と式(40)をまとめることにより，**図7**に示したラック軸周りのモーメント，つまりラック揺動トルク T は次式で与えられる.

$$T = T_R + T_L - \frac{T_R + T_L}{|T_R + T_L|} \mu_3 W \cdot R_r \tag{41}$$

式(41)中の R_r は，**図7**に示したラックバーの半径であり，ラックガイド摩擦によるモーメントは，揺動トルク T の絶対値が小さくなる方向に働くことを示している.

以上により，本研究で取り上げた R&P かみあいによるステアリング用ラック揺動トルクの理論を導出した.

4. R&Pかみあいによるステアリング用ラック揺動トルクの最小化設計トライ

上述の理論を用いて，**図8**(a) に示した現行のステアリング用 R&P のかみあいによるラック揺動トルクを推定した．その結果を**図9**に黒線で示す．横軸はピニオン回転角度，縦軸はラック揺動トルクを示す.

図から分かるように，R&P のかみあい進行により，ラック揺動トルクが生じ，ピニオンの左右回転によってその方向が変わる．また，かみあい 1 ピッチで，ラック揺動トルクの変動が生じ，これは R&P のかみあい位置における歯面間すべり速度変動によると考えられる．要するに，**第3章**で導出した理論を用いれば，ラックで発生した揺動トルクの最大値とその変動幅を推定することができる.

また, ステアリングのフィーリングを向上させるため，**第3章**の理論を用いて，R&P かみあいによるラック揺動トルクの最小化設計を試みた．車への搭載条件や強度条件，例えば，R&P の軸角，芯間距離，比ストローク，ラック直径などはほぼ維持したままで, モジュール(m)，ねじれ角（β)，転位係数（ξ）などをパラメータとして，ラック揺動トルクの最小値（極小値）T_{min} を次式で求めてみた.

$$T_{\min} \equiv \min\{T(m, \beta_p, \beta_r, \xi)\} \tag{42}$$

図8(b) に示したのは，式(42)により得られたラック揺動トルクが最小となるときの各パラメータのデータにより試作した R&P 試作品である．同様に，**第3章**の理論で推定した**図8**(b) の R&P のかみあいによるラック揺動トルクを**図9**に赤線で示す.

図から分かるように，揺動トルクを最小化した R&P 試作品のラック揺動トルクの最大値と変動幅が現行品より低くなったが，それらの比較結果を**図10**に示す．**図10**(a) は揺動トルクの最大値の比較結果で，**図10**(b) は揺動トルクの変動幅の比較結果である．横軸はそれぞれ現行品と試作品，縦軸は揺動トルクの最大値と変動幅（現行品の値でノーマライズされた，%）を示す.

(a)現行品　　(b)試作品

図8　ラック＆ピニオン
Rack and pinion products

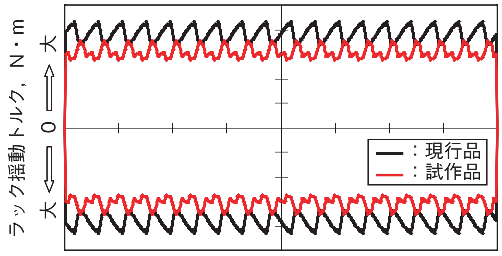

図9　ラック揺動トルク計算結果
Results of rack swing torque calculation

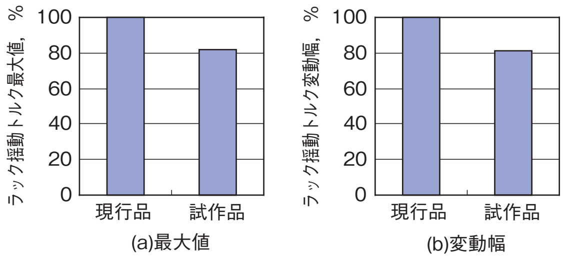

図10　現行品と試作品の比較結果
Results of trial product and current product comparison

また，理論推定で得られた揺動トルク最小化の効果を検証するため，**図8**(a) に示した現行品と**図8**(b) に示した試作品のラックの揺動角度を**図11** に示した実験装置でそれぞれ測定した．実験装置には，ラックガイドシミュレーション機構を設けており，ノーバックラッシおよび低負荷状態でピニオンを回転させたときのラックの揺動角を測定した.

測定したラックの揺動角を**図12** に示す．図の黒線は現行品，赤線は試作品のラック揺動角を示す．横軸はピニオン回転角度，縦軸はラック揺動角を示す.

測定したラック揺動角の値が小さいため，かみあいピッチごとの変動は区別できないが, 図から分かるように, 揺動トルクを最小化した試作品において揺動角も現行品

図11　かみあい試験機
Gear meshing test machine

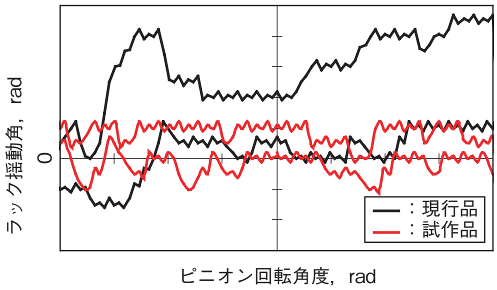

図12　ラック揺動角の測定結果
Results of rack swing angle measurement

より小さくなったことが明瞭であり，理論推定で得られた試作品の優位性を間接的に実証できた．つまり，**第3章**の理論の有効性を確認できた．

5. おわりに

ステアリング用 R&P を取り上げ，ノーバックラッシで両歯面同時かみあい時の歯車かみあいにより生じる歯面摩擦を検討し，かみあい時に生じるラック揺動トルクについて論じた．得られた結果は次の通りである．

(1)かみあい進行中の歯面間の相対すべり速度（歯すじ，歯たけ方向とも）を求める理論式を導き，それを用いて歯面摩擦力を導出した．

(2)歯車のかみあいにより生じる歯面摩擦力，かみあいによりラックにかかる歯面法線力，ステアリング特有のラックガイドからラックにかかる力などを検討し，ラック揺動トルクを推定する理論を確立した．

(3)揺動トルクを最小とする R&P 諸元品の設計を試み，その試作品を製作して実験検討した結果，現行品と比べてラック揺動角が改善され，本理論手法の有効性を確認した．

参考文献

1）社団法人自動車技術会：自動車技術ハンドブック（⑤設計（シャシ編）），（2005）．
2）F. L. Litvin：Gear Geometry and Applied Theory, Prentice-Hall, Inc,（1994）．
3）S. J. Wou；T. D. Oste & J. Baxter：Modelling of Mesh Friction and Mechanical Efficiency of Rack and Pinion Steering Design, SAE,（2001）．
4）Naresh Dayanand Kamble & Subir K. Saha：Effect of Pinion Profile Modification on Rack and Pinion Steering Gear, SAE,（2005）．
5）Naresh Dayanand Kamble & Subir K. Saha：Evaluation of Torque Characteristics of Rack and Pinion Steering Gear Using ADAMS Model, SAE,（2005）．
6）仙波正荘：歯車（第1巻），日刊工業新聞社，（1971）．

筆　者


小林　恒*　T. KOBAYASHI
柴田英紀**　H. SHIBATA

*　研究開発センター　機械システム研究部
工学博士
**　研究開発センター　機械システム研究部