

自動車駆動用差動機構におけるしゅう動部の昇温推定理論

Estimation Theory of Temperature Rise on Sliding Contact Surfaces of Differential Mechanisms for Automotive Drivelines

小野崎 徹 T. ONOZAKI 小林 恒 T. KOBAYASHI 柴田英紀 H. SHIBATA

This paper describes a trial to estimate temperature rise on sliding contact surfaces of differential mechanisms for automotive drivelines by using the moving heat source theory. First, theoretical equations of contact force and relative sliding velocity of main sliding contact surfaces are shown. Next, equations for estimating the temperature rise of sliding contact surfaces and oil are derived. In the numerical examples, the temperature rise of main sliding contact surfaces are estimated to understand the tendency. The validity of this estimation theory is also verified by comparing estimated and measured results of oil temperature.

Key Words: differential mechanism, automotive driveline, sliding contact surface, temperature rise

1. はじめに

自動車には、内側と外側の駆動輪に回転差が生じることで滑らかに旋回するように、駆動部に差動機構（デファレンシャルギヤ）が設けられている。また、歯車対や歯車とハウジングケースなどのしゅう動部における摩擦力を積極的に利用して作動制限力を発生させ、自動車の操縦安定性を向上させる差動機構（リミテッドスリップデファレンシャル）もある。これら自動車駆動用差動機構の開発・設計段階においては、差動機構の焼付きを防止しつつ、効率的に摩擦力を利用するための歯車諸元や荷重分担の検討が重要となる。特に、焼付きを防止して差動機構の信頼性を確保するための机上検討を行うには、しゅう動部の昇温推定理論が必要となる。

しゅう動部の昇温に関する従来の研究としては、等速で移動する熱源近傍における昇温推定理論¹⁾や、熱源が三次元的な分布を持つ場合における昇温推定理論^{2), 3)}がある。また、具体的な対象として、断続的に繰返し作用する移動熱源による平歯車の歯の昇温を扱った研究⁴⁾もある。しかし、自動車駆動用差動機構のしゅう動部における昇温推定に関する研究は、見当たらないようである。

本報では、移動熱源理論¹⁾を適用した自動車駆動用差動機構のしゅう動部における昇温推定を試みる。まず、主要なしゅう動部における接触荷重および相対すべり速度の理論式を示す。次に、これらの理論式と移動熱源理

論に基づいて、しゅう動部における昇温推定理論式と、差動機構を潤滑・冷却する油の昇温推定理論式を導出する。また、数値計算例においては、主要なしゅう動部における昇温を推定し、その傾向を把握する。さらに、油温の推定値と実測値を比較・検討することにより、本推定理論の妥当性を検証する。

2. しゅう動部および油の昇温推定理論

自動車駆動用差動機構の概要を図1に示す。これは主にハウジングケース、ピン、ピニオンおよびサイドギヤから構成されている。本章では、主要なしゅう動部であるピンとピニオンの接触およびサイドギヤとピニオンのかみあいを対象として、接触荷重と相対すべり速度の理論式を導き、さらに移動熱源理論を適用することにより各しゅう動部における昇温推定理論式を導出する。また、差動機構において、しゅう動面の潤滑と冷却という重要な役割がある油の昇温推定理論式についても検討する。

2.1 しゅう動部における接触荷重および相対すべり速度

2.1.1 接触荷重

図1において、ピンに作用するトルクの釣合いを考えると、ピンとピニオンの接触荷重 F_{pp} は次式で表される。

$$F_{pp} = \frac{T}{k r_{ms}} \quad (1)$$

ここで、 T は差動機構への入力トルク、 k はピニオン数、 r_{ms} はサイドギヤかみあい半径を示す。また、差動機構に差動が生じた場合を想定して、図1におけるサイドギヤ(L)を減速歯面、サイドギヤ(R)を加速歯面とすると、式(1)は次式で表すこともできる。

$$F_{up}^L + F_{up}^R = \frac{T}{k r_{ms}} \quad (2)$$

ここで、 F_{up}^L, F_{up}^R はサイドギヤとピニオンの歯面垂直荷重の回転方向成分を示す。なお、添え字 L, R は減速歯面、加速歯面、 u は回転方向を示す。

また、差動時のピニオンにおけるモーメントの釣合いから次式が成立する。

$$r_{mp} F_{up}^R = r_{mp} F_{up}^L + \mu' r_{pp} (F_{up}^L + F_{up}^R) + \mu'' r_{hp} (F_{sp}^L + F_{sp}^R) \quad (3)$$

ここで、 r_{mp} はピニオンかみあい半径、 r_{pp} はピン半径、 r_{hp} はピニオンとハウジングケースの接触面等価半径、 μ', μ'' はピンとピニオン間およびピニオンとハウジングケース間の摩擦係数、添え字 s は軸方向を示す。

さらに、サイドギヤとのかみあい部でピニオンに作用する各方向の荷重は、それぞれ次の関係式で与えられる。

$$F_{up}^L = F_{np}^L (\cos \alpha - \mu \sin \alpha) \quad (4)$$

$$F_{sp}^L = F_{np}^L (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) \sin \delta_p$$

$$F_{up}^R = F_{np}^R (\cos \alpha + \mu \sin \alpha) \quad (5)$$

$$F_{sp}^R = F_{np}^R (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \sin \delta_p$$

ここで、 F_{np}^L, F_{np}^R はサイドギヤとピニオンのかみあいにおける減速歯面と加速歯面の歯面垂直荷重、 α は圧力角、 μ はサイドギヤとピニオン間の摩擦係数、 δ_p はピニオン円すい角、添え字 r は径方向を示す。式(2)、(3)に式(4)、(5)を代入して連立させて解くことで、サイドギヤ

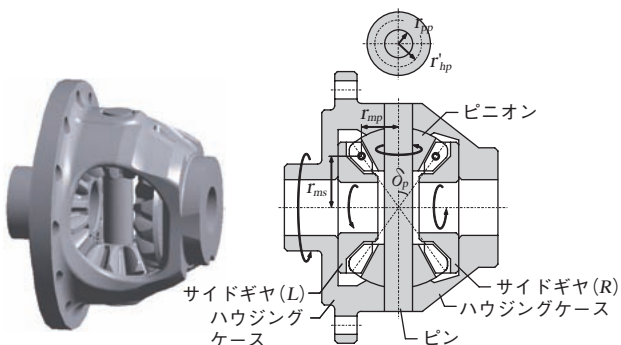


図1 自動車駆動用差動機構の概要

Schematic view of a differential mechanism for automotive drivelines

とピニオンのかみあいによる歯面垂直荷重 F_{np}^L, F_{np}^R を求めることができる。

2.1.2 相対すべり速度

本項では、ピンとピニオンの接触、サイドギヤとピニオンのかみあいにおける相対すべり速度を示す。まず、ピンとピニオンの接触部における相対すべり速度 v_{pp} は、各歯数を考慮すると次式で表される。

$$v_{pp} = r_{pp} \frac{\Delta n}{2} \frac{2\pi}{60} \frac{z_s}{z_p} \quad (6)$$

ここで、 Δn は差動回転速度、 z_s, z_p はサイドギヤおよびピニオン歯数を示す。

また、サイドギヤとピニオンのかみあいにおける相対すべり速度 v_{sp} は、図2に示すような相当平歯車対のかみあいにおいて、かみあい点とピッチ点からの距離 w を用いると次式で表される。

$$v_{sp} = w \frac{\Delta n}{2} \frac{2\pi}{60} \frac{z_s - z_p}{z_p} \quad (7)$$

2.2 しゅう動部の昇温

図3に、ピンとピニオンのしゅう動モデルを示す。ここで、線接触を仮定し、前節で求めた接触荷重と相対すべり速度を用いると、移動熱源理論に基づいて、ピニオン内周面のしゅう動部近傍における昇温 θ_{pp} (X_{pp}, Z_{pp}) の理論式は次式で表される。

$$\theta_{pp}(X_{pp}, Z_{pp}) = \frac{2R_{pp}q_{pp}K_p}{\pi k_p V_{pp}} \int_{X_{pp}-L_{pp}}^{X_{pp}+L_{pp}} e^{-u} K_0 \left[\sqrt{Z_{pp}^2 + u^2} \right] du \quad (8)$$

$$q_{pp} = \frac{\mu' F_{pp} v_{pp}}{4l_{pp}m_{pp}} \quad (9)$$

$$L_{pp} = \frac{V_{pp}l_{pp}}{2K_p}, \quad X_{pp} = \frac{V_{pp}X}{2K_p}, \quad Z_{pp} = \frac{V_{pp}Z}{2K_p} \quad (10)$$

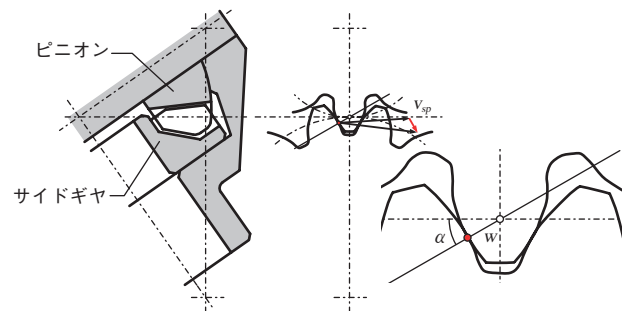


図2 相当平歯車対のかみあい
Engagement of equivalent spur gear pair

ここで、 R_{pp} はピニオンへの熱分配率、 K_p 、 k_p はピニオンの温度伝達率および熱伝導率、 K_0 は修正ベッセル関数、 $2l_{pp}$ 、 $2m_{pp}$ は接触幅および接触長さ、 x 、 z は図3に示す直交座標軸を示す。なお、接触幅はヘルツの接触理論により求めるものとする。しゅう動部における両物体の表面温度が等しいと仮定すると、ピニオンへの熱分配率は次式⁵⁾で表される。

$$R_{pp} = \frac{\overline{A}_{pp}}{\overline{A}_{pp} + \frac{0.752 k_p'}{k_p \sqrt{L_{pp}}}} \quad (11)$$

$$\overline{A}_{pp} = \frac{2}{\pi} \left\{ \sinh^{-1} \left[\frac{m_{pp}}{l_{pp}} \right] + \left[\frac{m_{pp}}{l_{pp}} \right] \sinh^{-1} \left[\frac{l_{pp}}{m_{pp}} \right] + \frac{1}{3} \left[\frac{m_{pp}}{l_{pp}} \right]^2 + \frac{1}{3} \left[\frac{l_{pp}}{m_{pp}} \right] - \frac{1}{3} \left[\left[\frac{l_{pp}}{m_{pp}} \right] + \left[\frac{m_{pp}}{l_{pp}} \right] \right] \sqrt{1 + \left[\frac{m_{pp}}{l_{pp}} \right]^2} \right\} \quad (12)$$

ここで、 k_p' はピンの熱伝導率を示す。

図4に、サイドギヤとピニオンのかみあいによるしゅう動モデルを示す。ここで、線接触を仮定し、前節の理論式より求められる歯面垂直荷重と相対すべり速度を用いると、式(8)と同様に、ピニオン歯面のしゅう動部近傍における昇温 θ_{sp} (X_{sp} , Z_{sp}) の理論式は次式で表される。

$$\theta_{sp}(X_{sp}, Z_{sp}) = \frac{2R_{sp}q_{sp}K_p}{\pi k_p V_{sp}} \int_{X_s - L_{sp}}^{X_s + L_{sp}} e^{-u} K_0 \left[\sqrt{Z_{sp}^2 + u^2} \right] du \quad (13)$$

$$q_{sp} = \frac{\mu F_{np} v_{sp}}{4l_{sp} m_{sp}} \quad (14)$$

$$L_{sp} = \frac{v_{sp} l_{sp}}{2K_p}, \quad X_{sp} = \frac{v_{sp} X}{2K_p}, \quad Z_{sp} = \frac{v_{sp} Z}{2K_p} \quad (15)$$

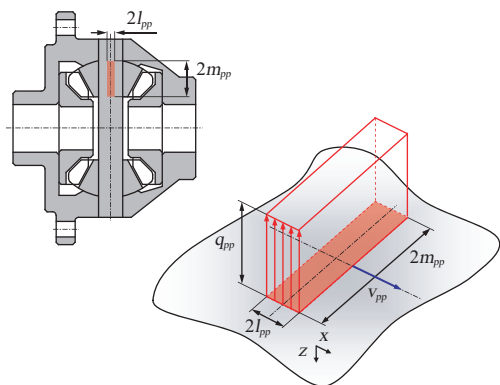


図3 ピンとピニオンのしゅう動モデル
Sliding contact model between pin and pinion

$$R_{sp} = \frac{\overline{A}_{sp}}{\overline{A}_{sp} + \frac{0.752 k_s}{k_p \sqrt{L_{sp}}}} \quad (16)$$

$$\overline{A}_{sp} = \frac{2}{\pi} \left\{ \sinh^{-1} \left[\frac{m_{sp}}{l_{sp}} \right] + \left[\frac{m_{sp}}{l_{sp}} \right] \sinh^{-1} \left[\frac{l_{sp}}{m_{sp}} \right] + \frac{1}{3} \left[\frac{m_{sp}}{l_{sp}} \right]^2 + \frac{1}{3} \left[\frac{l_{sp}}{m_{sp}} \right] - \frac{1}{3} \left[\left[\frac{l_{sp}}{m_{sp}} \right] + \left[\frac{m_{sp}}{l_{sp}} \right] \right] \sqrt{1 + \left[\frac{m_{sp}}{l_{sp}} \right]^2} \right\} \quad (17)$$

ここで、 R_{sp} はピニオンへの熱分配率、 $2l_{sp}$ 、 $2m_{sp}$ は接触幅および接触長さ、 k_s はサイドギヤの熱伝導率を示す。なお、式(13)~(17)においては減速歯面と加速歯面についての考慮が必要である。

2.3 油に移動する熱量および油の昇温

差動機構を潤滑・冷却するための油の昇温を推定することは、焼付き防止や潤滑性を確保するための設計において重要である。また、実際の試験において、しゅう動部の温度を直接計測することは非常に困難なことが多いのに対し、油温は比較的計測が容易である。このため、理論の検証もしやすい。これらのことを考慮して、本節では、油の昇温推定理論について検討する。

油の昇温に影響を及ぼす因子としては、かくはんおよびしゅう動部で生じた熱の移動などがある。特に、差動機構の一般的な使用条件において、油の昇温に及ぼす影響が大きいと考えられるのは、しゅう動部で生じた熱である。ここでは、油のかくはんは無視できると仮定し、しゅう動部で生じた熱が油を昇温させるとした。

2.3.1 油に移動する熱量

ピンとピニオンのしゅう動部における熱分配モデルを図5に示す。図中、 R'_{ppo} 、 R_{ppo} はピンおよびピニオンか

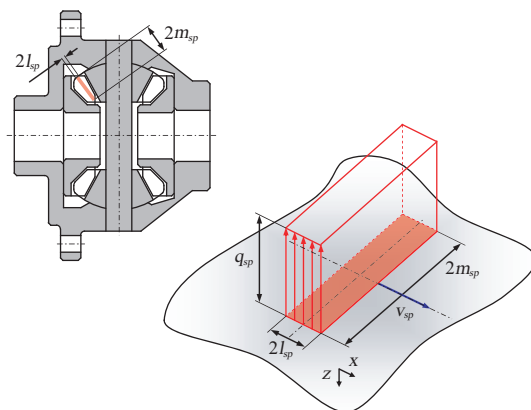


図4 サイドギヤとピニオンのしゅう動モデル
Sliding contact model between side gear and pinion

ら油への熱分配率を示す。なお、本報においては、以下のように熱の分配を仮定した。

- ①しゅう動部で生じた摩擦熱がピンとピニオンに分配される。
- ②それぞれ分配された熱が、ピンと油およびピニオンと油へ分配される。

ここで、ピンとピニオンにおける油への熱分配率が等しいとすると、しゅう動部で生じた摩擦熱の油への熱分配率は次式で表される。

$$R_{ppo} = \frac{h_{pp} \bar{\theta}_{pp}}{R_{pp} q_{pp}} \quad (18)$$

ここで、 h_{pp} は油の対流熱伝達係数を示す。また、 $\bar{\theta}_{pp}$ は、ピニオンのしゅう動部表面における昇温の平均値であり、式(8)を用いると次式で表される。

$$\bar{\theta}_{pp} = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \theta_{pp}(X_{pp}, 0) dX_{pp} \quad (19)$$

しゅう動部の形状を考慮すると、しゅう動部から油に移動する熱量 Q_{ppo} は次式で表される。

$$Q_{ppo} = \frac{4l_{pp} m_{pp} h_{pp} \bar{\theta}_{pp}}{R_{pp}} \quad (20)$$

また、ピニオンが回転することを考慮すると、図5に示すようにピニオンの非しゅう動部も昇温していると考えられる。非しゅう動部から油に移動する熱量も考慮するものとする、その熱量は次式で表される。

$$Q'_{ppo} = 4(\pi r_{pp} - l_{pp}) m_{pp} h_{pp} \bar{\theta}'_{pp} \quad (21)$$

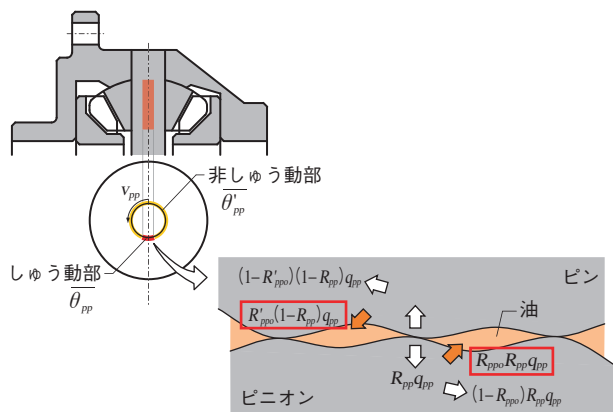


図5 ピンとピニオンのしゅう動部における熱分配モデル
Heat distribution model of sliding contact surface between pin and pinion

ここで、 $\bar{\theta}'_{pp}$ は、非しゅう動部表面における昇温の平均値であり、式(8)を用いると次式で表される。

$$\bar{\theta}'_{pp} = \frac{1}{2} \int_{-1}^{2\pi r_{pp}} \theta_{pp}(X_{pp}, 0) dX_{pp} \quad (22)$$

サイドギヤとピニオンのかみあいによるしゅう動部の熱量も同様に考えると、差動機構における主要なしゅう動面から油へ移動する熱量 Q_o は次式で表される。

$$Q_o = Q_{ppo} + Q'_{ppo} + Q_{spo} + Q'_{spo} \quad (23)$$

ここで、 Q_{spo} 、 Q'_{spo} はサイドギヤとピニオンのかみあいによるしゅう動部および非しゅう動部から油へ移動する熱量を示す。

2.3.2 油の昇温

非常に簡略化した油の熱授受モデルを図6に示す。本項においては、油がしゅう動部で生じた熱を受け、雰囲気中に熱を奪われる状況を想定して、油の昇温推定理論式を導出する。油の熱授受を考慮すると、その基礎式は次式で表される。

$$Q_o dt = \rho_o C_o V_o d\theta + h_a (\theta_o(t) - \theta_a) S_o dt \quad (24)$$

ここで、 ρ_o 、 C_o は油の密度および比熱、 V_o 、 S_o は油の体積および表面積、 h_a は油表面と雰囲気間の対流熱伝達係数、 θ_o は油温、 θ_a は雰囲気温度、 t は時間を示す。初期状態の油温と雰囲気温度が等しいとして式(24)を解くと、油の昇温 $\theta'_o(t)$ が次式で表される。

$$\theta'_o(t) = \frac{Q_o}{h_a S_o} \left\{ 1 - \exp \left[- \frac{h_a S_o}{\rho_o C_o V_o} t \right] \right\} \quad (25)$$

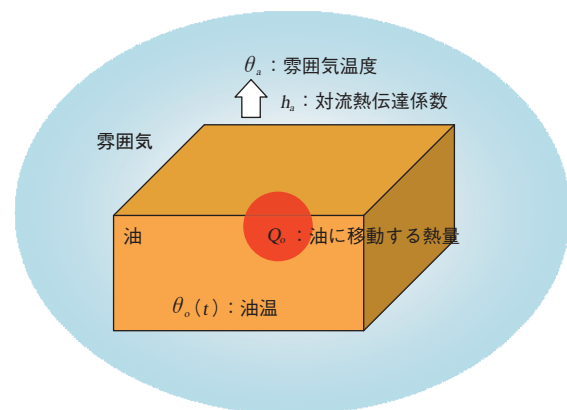


図6 油の熱授受モデル
Heat transfer model of oil

3. 数値計算例および考察

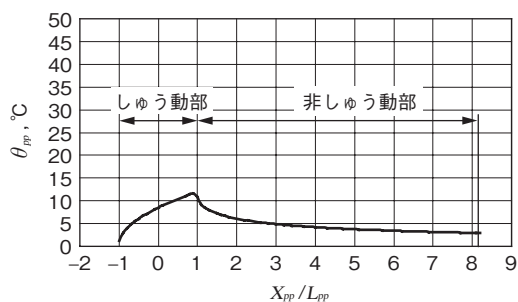
本章では、主要なしゅう動部と油の昇温推定理論式を用いて得られた数値計算結果について述べる。また、油温の推定値と実測値を比較・検討することにより、本推定理論の妥当性を検証する。

3.1 しゅう動部の昇温

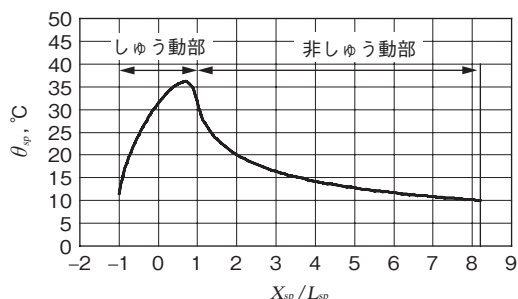
表 1 に示した計算条件の場合について、主要なしゅう動部と非しゅう動部の表面における昇温の推定結果を図 7 に示す。図 7(a), (b) は、ピンとピニオンおよびサイドギヤとピニオンに 1 回のしゅう動が生じた場合の推定結果である。いずれの場合もしゅう動部において急激に温度が上昇し、非しゅう動部においては徐々に温度が低下すると推定された。また、本条件においては、サイドギヤとピニオンのしゅう動部が、ピンとピニオンの

表 1 計算条件
Calculation conditions

トルク	3 200 N·m
差動回転速度	20 min ⁻¹
ピニオン歯数	7
サイドギヤ歯数	13



(a) ピンとピニオン
Pin and pinion



(b) サイドギヤとピニオン
Side gear and pinion

図 7 昇温の推定結果

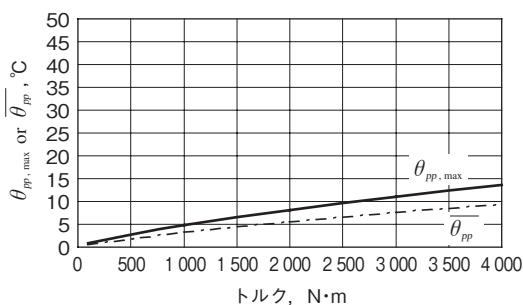
Estimated results of temperature rise

しゅう動部よりも昇温すると推定された。

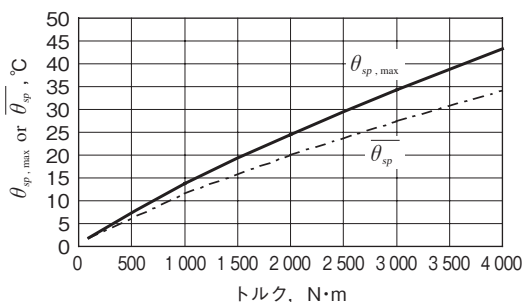
次に、トルクをパラメータとした場合について、しゅう動部の表面における昇温の最大値と平均値の推定結果を図 8 に示す。トルク以外の条件は表 1 と同じである。図 8(a), (b) は、ピンとピニオンおよびサイドギヤとピニオンに 1 回のしゅう動が生じた場合の推定結果である。ここで、 $\theta_{pp, max}$, $\theta_{sp, max}$ はしゅう動部の表面における昇温の最大値を示す。図より、トルクを大きくすると、いずれのしゅう動部においても昇温の最大値と平均値が、ほぼ線形に上昇すると推定された。また、サイドギヤとピニオンのしゅう動部が、ピンとピニオンのしゅう動部よりも昇温すると推定された。今後の課題は、これらしゅう動部の温度を直接計測し、しゅう動部の昇温推定理論の妥当性を直接検証することである。

3.2 油の昇温

表 1 に示した条件の場合における油温の推定値と実測値を図 9 に示す。推定値は、式(2)を用いて求めた。図より、油温の昇温過程の傾向やその収束値について、推定値と実測値が比較的良好に一致していることが分かる。このことより、本条件について、油の昇温推定理論



(a) ピンとピニオン
Pin and pinion



(b) サイドギヤとピニオン
Side gear and pinion

図 8 トルクに対する昇温の推定結果

Estimated results of temperature rise in relation to torque

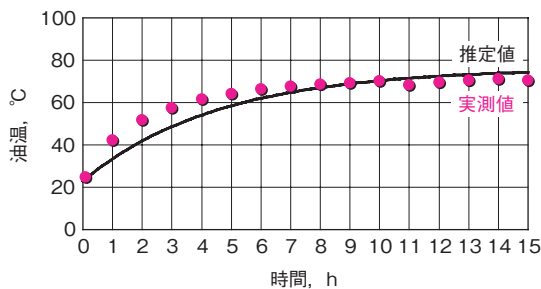


図9 油温の比較結果

Comparison result between estimated and measured oil temperature

の妥当性が検証できた。また、油の昇温推定理論の前提となるしゅう動部の昇温推定理論の妥当性も間接的に検証できた。なお、推定値の精度を向上するためには、熱分配モデルの検証とともに、各部品の熱容量、主要なしゅう動部以外の摩擦熱の考慮が必要と考える。

4. おわりに

移動熱源理論を適用して自動車駆動用差動機構のしゅう動部における昇温推定を試みた。まず、主要なしゅう動部における接触荷重と相対すべり速度の理論式を導出

し、次に、しゅう動部および油の昇温推定理論式を導出した。数値計算例においては、主要なしゅう動部における昇温を推定し、その傾向を把握した。さらに、油温の推定値と実測値を比較・検討して本推定理論の妥当性を検証した。

参考文献

- 1) J. C. Jaeger : Moving Sources of Heat and the Temperature at Sliding Contacts, Proceedings of the Royal Society of New South Wales, vol. 76(1942)203.
- 2) 寺内善男, 灘野宏正, 河野正来 : 移動熱源による温度上昇について (第1報, 三次元熱流による温度計算), 日本機械学会論文集 (C編), vol. 49, no. 444(1983)1434.
- 3) 寺内善男, 灘野宏正, 河野正来 : 移動熱源による温度上昇について (第2報, 表面から放熱がある場合の温度計算), 日本機械学会論文集 (C編), vol. 51, no. 463(1985) 677.
- 4) 小幡文雄, 藤田公明, 藤井正浩 : 繰返し作用する移動熱源による平歯車の歯の温度上昇, 日本機械学会論文集 (C編), vol. 52, no. 476(1986)1387.
- 5) E. G. Loewen and M. C. Shaw: On the Analysis of Cutting-Tool Temperatures, Trans. ASME, vol. 76, no. 2 (1954)217.

筆者



小野崎 徹*
T. ONOZAKI



小林 恒*
T. KOBAYASHI



柴田英紀**
H. SHIBATA

* 研究開発本部 研究開発センター
機械システム研究部 博士 (工学)

** 研究開発本部 研究開発センター
機械システム研究部